

ЛУЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

УДК 539.375

РОТКО СВІТЛАНА ВОЛОДИМИРІВНА

**РОЗРАХУНОК СТІЙКОСТІ ТА МІЦНОСТІ ОРТОТРОПНИХ
ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК І СТРИЖНІВ ІЗ
ВРАХУВАННЯМ ПОПЕРЕЧНОГО ЗСУВУ ТА
ОБТИСНЕННЯ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

ЛУЦЬК-2007

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Луцькому державному технічному університеті Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник – доктор технічних наук, професор
Шваб'юк Василь Іванович,
Луцький державний технічний університет
МОН України,
проректор з наукової роботи.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Сяський Андрій Олексійович,
Рівненський державний гуманітарний
університет МОН України,
завідувач кафедри інформатики та прикладної
математики, м. Рівне;

кандидат технічних наук, доцент
Гриневицький Борис Володимирович,
Національний транспортний університет
МОН України,
доцент кафедри опору матеріалів та
машинознавства, м. Київ.

Захист дисертації відбудеться **„10” жовтня 2007 р.** о **13⁰⁰** годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 32.075.01 у Луцькому державному технічному університеті за адресою: 43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75, головний корпус, ауд.401.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Луцького державного технічного університету за адресою: 43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75.

Автореферат розісланий **„9” вересня 2007 р.**

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради,
кандидат технічних наук

Бондарський О.Г.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Тонкостінні елементи конструкцій – оболонки, пластини та стрижні – є основними тримальними елементами сучасних машин і споруд. Для їх надійної роботи сучасний розвиток хімічних технологій забезпечує виробництво і застосування нових матеріалів із необхідними напрямленими властивостями. Такими матеріалами є, у більшості випадків, композитні матеріали, армовані волокнами вуглецю, скла, графіту та ін., що мають високу питому міцність та жорсткість, стійкість до агресивного середовища, підвищену витривалість. Ці характеристики особливо важливі для виробництва тримальних конструкцій машин і літаків, трубопроводів, резервуарів і корпусів кораблів, ферм і т.д.

Елементи із армованих композитних матеріалів зазвичай є анізотропними і мають низьку поперечну жорсткість, тому вимагають складних розрахунків. Сучасні моделі оболонок, пластин і стрижнів враховують названі властивості і відповідають цим вимогам. Але висока точність розрахунків пов'язана з необхідністю використовувати складні розрахункові моделі з високим сумарним порядком диференціальних рівнянь. Тому проблема розробки високоточних моделей, які б базувались на диференціальних рівняннях, методи розв'язування яких уже достатньо вивчені та уніфіковані, є надзвичайно актуальною.

Особливо актуальною на сьогодні є проблема розрахунку тонкостінних конструкцій, пошкоджених дефектами типу тріщин. Ними можуть бути магістральні трубопроводи, що знаходяться під високим тиском і наповнені певним продуктом, літальні апарати і т.д. Руїнування названих конструкцій веде до крупних аварій чи катастроф.

Розрахунку оболонок і пластин у некласичних постановках, а також конструкцій, пошкоджених тріщинами, присвячено багато праць як вітчизняних, так і зарубіжних дослідників. Значний внесок у вирішення цієї проблеми зробили О.Є.Андрейків, Л.Т.Бережницький, В.В.Божидарнік, Я.М.Григоренко, В.І.Гуляев, В.С.Гудрамович, О.Ф.Дашенко, М.В. Делявський, К.М.Довбня і В.П.Шевченко, О.М.Гузь, А.О.Камінський, Б.Я. Кантор, Г.С.Кіт, В.І.Кислоокий, Р.М.Кушнір, А.Я.Красовський, С.Г.Лехницький, Л.П.Мазурак, В.М.Максимович, А.Л.Майстренко, М.М.Николишин, І.В.Ориняк, В.А.Осадчук, В.К.Опанасович, В.В.Панасюк, Б.Л.Пелех, В.Г.Піскунов і Б.В.Гриневицький, О.О.Рассказов, М.П.Саврук, В.А.Сало, О.С.Сахаров, Дж.Сі, В.П.Силованюк, М.М.Стадник, М.Г.Стащук, Г.Т.Сулим, М.А.Сухорольський, А.О.Сяський, К.Тен, І.Ю.Хома, Л.П.Хорошун, Вал.М.Чехов, Вік.М.Чехов, В.К.Чибириков,

В.Л.Шалдирван, І.П.Шацький, М.П.Шереметьєв, К.І.Шнеренко, М.О.Шульга, П.В.Ясній, Є.Фоліас та ін.

Не менш важливою проблемою, що вимагає використання досконаліших моделей оболонок та пластин, є проблема їх розрахунку за дії локалізованих та контактних навантажень. Результати проведених досліджень показують, що ці моделі обов'язково повинні враховувати поперечне обтиснення. Це дозволяє задовольнити всім фізичним умовам на поверхні контакту оболонки (пластини) і жорсткого штампу (бандажу). Результати розв'язків таких задач є близькими до результатів тривимірної теорії пружності.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження за темою дисертації виконувалося у рамках науково-дослідних держбюджетних тем Луцького державного технічного університету. Зокрема, автор була виконавцем науково-дослідних тем: «Розробка методів розрахунку граничної рівноваги багатозв'язних композитних пластин» (2001-2002 р.р., № д/р 0101U000346); «Розробка методів оптимізації напруженого стану анізотропних пластинок, послаблених отворами і тріщинами» (2003-2004р.р., № д/р 0103U000208).

Мета і задачі дослідження. Метою дослідження є розробка математичних моделей та методик розрахунку стійкості та міцності ортотропних циліндричних оболонок і стрижнів із врахуванням деформацій поперечного зсуву, обтиснення та ефекту Пуассона.

Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити такі задачі:

- на основі модифікації теорій оболонок С.Амбарцумяна та Р.Крістенсена отримати розрахункові рівняння ортотропних циліндричних оболонок і стрижнів, які, крім деформацій поперечного зсуву та обтиснення, врахували б ще й ефект Пуассона;
- здійснити розрахунок стійкості та міцності ортотропних циліндричних оболонок і стрижнів із врахуванням поперечного зсуву та обтиснення;
- розробити інженерну методику розрахунку ортотропних циліндричних оболонок і композитних кілець, пошкоджених тріщинами;
- провести розрахунок циліндричних оболонок за дії локальних і контактних навантажень.

Об'єктом досліджень є ортотропні елементи оболонкових та стрижневих конструкцій.

Предметом досліджень є напружено-деформований стан ортотропних та ізотропних циліндричних оболонок і стрижнів, що розраховуються на міцність та стійкість і можуть бути пошкоджені тріщинами або перебувати під впливом локалізованих та контактних взаємодій.

Методи досліджень. У роботі використано варіаційний метод Лагранжа, критерії механіки руйнування та аналітичні методи інтегрування диференціальних рівнянь в частинних та звичайних похідних.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у наступному:

- на основі теорій оболонок С.О.Амбарцумяна та Р.Крістенсена розроблено нові варіанти моделей ортотропних циліндричних оболонок, які, крім ефектів поперечного зсуву, враховують деформації поперечного обтиснення та ефект Пуассона;
- отримано нові інженерні формули для верхньої межі критичного тиску для циліндричних оболонок від дії стискувальних сил та бокового навантаження, де враховано ефекти поперечного обтиснення та Пуассона;
- побудовано ефективну модель згину та стійкості кругових композитних кілець та арок, що враховує деформації поперечного зсуву, обтиснення та ефект Пуассона;
- розроблено нову методику визначення коефіцієнта інтенсивності напружень у циліндричній оболонці із поверхневою внутрішньою тріщиною, яка перебуває під тиском; досліджено міцність, пошкодженого тріщиною в довільній точці, кругового композитного кільця, що стискається діаметральними силами;
- досліджено вплив поперечного обтиснення за контактної взаємодії циліндричної оболонки з жорстким бандажем із параболічною основою.

Обґрунтованість і достовірність наукових положень та отриманих результатів забезпечується коректним застосуванням вихідних положень механіки деформівного твердого тіла та механіки руйнування; застосуванням для розв'язування диференціальних рівнянь відомих у літературі аналітичних методів; узгодженням наведених розв'язків окремих задач із відомими результатами інших авторів, одержаними аналітичними, числовими та експериментальними методами.

Практичне значення одержаних результатів. Запропоновані математичні моделі можуть бути використані при: розрахунку стійкості та міцності оболончастих і стрижневих елементів конструкцій;

розрахунку міцності елементів конструкцій, пошкоджених тріщинами; обчисленні КІН в ортоотропних циліндричних оболонках і кільцях.

Одержані у дисертаційній роботі результати мають практичне значення для прогнозування безпечної роботи тонкостінних елементів конструкцій як на етапі проектування, так і на період експлуатації. Окремі результати роботи впроваджено в інженерну практику науково-виробничої фірми «Корунд» для розрахунку контактної міцності обойм підшипників кочення, на ЗАТ «Луцький домобудівельний комбінат» при розрахунку на міцність залізобетонних панелей перекриття, пошкоджених тріщинами, а також на ВАТ «ЛуАЗ» корпорації «Богдан» у розрахунках оболончастих елементів обшивки автобуса.

Апробація результатів дисертації. Основні результати, викладені у дисертації, доповідались і обговорювались на: науково-технічних конференціях Луцького державного технічного університету протягом 2004-2006 р.р.; шостому, сьомому та восьмому Міжнародних симпозіумах українських інженерів-механіків (Львів, 2003, 2005, 2007); п'ятому, шостому, сьомому українсько-польських наукових симпозіумах „Актуальні задачі механіки неоднорідних структур та середовищ”(Львів-Луцьк, 2003; Варшава, 2005; Львів, 2007); Всеукраїнській науковій конференції „Сучасні проблеми механіки” (Львів, 2004); третьому симпозіумі механіки руйнування матеріалів і конструкцій (Білосток, 2005); об'єднаній науковій сесії з проблеми: „Кінетика деформування та граничний стан конструкційних матеріалів” (Луцьк, 2005); сесії наукової ради з проблеми „Механіка деформівного твердого тіла” при Відділенні механіки НАН України (Київ, 2006); сьомій міжнародній науковій конференції „Математичні проблеми механіки неоднорідних структур” (Львів, 2006).

Дисертаційна робота в цілому доповідалася та обговорювалася на розширеному науковому семінарі кафедр технічної механіки та промислового і цивільного будівництва ЛДТУ (керівник – д.ф.-м.н., професор Максимович В.М.), на розширеному науковому семінарі кафедр вищої математики, технічної механіки та сільськогосподарського машинобудування Тернопільського державного технічного університету ім. Івана Пулюя (керівник – д.т.н., професор Рибак Т.І.), на розширеному науковому семінарі кафедри інформатики та прикладної математики Рівненського державного гуманітарного університету (керівник – д.т.н., професор Сяський А.О.).

Публікації та особистий внесок здобувача. За матеріалами дисертаційного дослідження опубліковано 19 наукових праць, у тому числі 7 статей у збірниках наукових праць і наукових журналах, що

входять до переліку фахових видань, затверджених ВАК України; 12 тез доповідей, з них – 8 у матеріалах міжнародних конференцій.

Основні результати роботи отримані здобувачем самостійно. У публікаціях, написаних у співавторстві, здобувачу належить: у працях [1-4,6,8-14] побудова уточнених рівнянь рівноваги ортотропних оболонок та розробка методики розрахунку КІН для оболонок та кілець, пошкоджених поверхневими тріщинами; у роботах [5,17,19] здобувач разом зі співавторами брала участь у постановці контактних задач, одержанні числових розв'язків та їх аналізі; у працях [7,15,16,18] здобувачем отримано диференціальні рівняння стійкості циліндричних оболонок і арок, побудовано їх числові розв'язки, проведено дослідження напруженого стану.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків і додатків. Загальний обсяг роботи становить 130 сторінок машинописного тексту. Робота містить 17 рисунків, 7 таблиць. Бібліографія складається із 193 найменувань на 14 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету і задачі дослідження, відзначено зв'язок роботи з науковими програмами і темами, викладено суть отриманих результатів, їх наукову новизну, теоретичне і практичне значення, подані відомості про публікації, особистий внесок автора, ступінь апробації роботи.

У **першому розділі** наведено огляд робіт із проблем застосування сучасних моделей та методів розрахунку оболонок, плит і стрижнів для розв'язку задач стійкості та міцності тонкостінних конструкцій, що мають поверхневі тріщини чи навантажені локалізованими або контактними зусиллями. Детальний огляд робіт з цієї проблеми дається Я.М.Григоренком і А.Т.Василенком, В.І.Моссаковським, В.С.Гудрамовичем та Є.М.Макеєвим, В.В.Васильєвим, Б.Я.Кантором, С.Н.Карасєвим та Ю.П.Артюхіним, Ю.М.Немішем, В.Г.Піскуновим та О.О.Рассказовим, Г.Я.Поповим і В.М.Толкачовим та ін.

У розділі детально проаналізовано відомі в науковій літературі роботи з розрахунку стійкості та міцності ортотропних оболонок, пластин. Зокрема, праці О.М.Гузя та І.Ю.Бабича, Г.А.Ваніна та М.П.Семенюка, В.В.Васильєва, О.Ф.Дашенка, В.В.Іванова, Б.Л.Пелеха, Р.Б.Рікардса та Г.А.Тетерса, де на основі порівняння теоретичних та експериментальних даних показано, що класична теорія оболонок Кірхгофа-Лява для ізотропних оболонок дає результати, які у два-три

рази вищі від експериментальних. Тривимірною лінеаризованою теорією стійкості деформівних пружних тіл вдалося оцінити точність як класичної, так і уточнених теорій оболонок із анізотропних матеріалів.

Наводиться огляд робіт, де досліджується напружено-деформований стан (НДС) циліндричних оболонок, послаблених отворами та тріщинами. Одними з перших у цьому напрямку були роботи М.Я.Леонова, В.В.Панасюка, Я.С.Підстригача, Д.С.Дагдейла, а також В.А.Осадчука, Р.М.Кушніра, М.М.Николишина, М.П.Саврука, В.К.Опанасовича, С.В.Серенсена і Т.П.Зайцева, Е.С.Фоліаса І.П.Шацького, В.П.Шевченка та ін.

У **другому розділі** на основі модифікації теорій С.О. Амбарцумяна, К. Ло та Р. Крістенсена пропонуються нові рівняння для розрахунку ортотропних оболонок, плит і стрижнів, що враховують поперечний зсув, поперечне обтиснення та ефект Пуассона. Для їх виведення використовується метод М.О.Кільчевського, де компоненти вектора переміщення подаються у вигляді притятих рядів за поперечною координатою z , які, після задоволення граничних умов на зовнішній та внутрішній поверхнях оболонки, можна записати у вигляді:

$$U(x, \varphi, z) = u(x, \varphi) - \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} z + \left(z - \frac{z^3}{3h^2} \right) \psi_x;$$

$$V(x, \varphi, z) = \left(1 + \frac{z}{R} \right) v(x, \varphi) - \frac{1}{R} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \varphi} z + f_v(z) \psi_\varphi; \quad (1)$$

$$W(x, \varphi, z) = w(x, \varphi) - (A_1 \varepsilon_x + A_2 \varepsilon_\varphi) z - \frac{1}{2} (A_1 \kappa_x^T + A_2 \kappa_\varphi^T) z^2 + f_q(z),$$

$$\text{де } \tilde{w} = w + h^2 w_2; \quad w_2 = \frac{3}{8} \frac{q_2}{E_3 h} - \frac{1}{2} (A_1 \kappa_x^T + A_2 \kappa_\varphi^T); \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_\varphi = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + w \right);$$

$$\kappa_\varphi^T = -\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} - v \right) + \frac{4}{5} \frac{1}{R} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi}; \quad \kappa_x^T = -\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} - v \right) + \frac{4}{5} \frac{1}{R} \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi};$$

$$f_v(z) = z - z^3/3h^2 + \frac{z \cdot h}{3R} \left(\frac{z}{h} - \frac{h}{R} \right); \quad f_q(z) = \frac{q_1}{E_3} + \frac{3}{8} \frac{z^2 q_2}{h E_3} - \frac{z^4 q_2}{16 h^3 E_3}; \quad \psi_x, \psi_\varphi -$$

функції поперечного зсуву (кути зсуву) перерізів оболонки.

Невідомі функції переміщень u, v, w та кутів зсуву ψ_x, ψ_φ знаходяться з п'яти рівнянь рівноваги в узагальнених зусиллях, що отримуються з варіаційного рівняння Лагранжа для повної енергії пружної системи:

$$\delta \dot{I}_\delta = \delta \dot{\Lambda}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
\delta\Pi_e = & -\iint_S \left\{ \left(\frac{\partial \tilde{N}_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial \varphi} \right) \delta u + \left(\frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial \tilde{N}_\varphi}{\partial \varphi} \right) \delta v + \frac{4}{5} \left(\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial \varphi} - Q_x \right) \delta \psi_x + \right. \\
& + \frac{4}{5} \left(\frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} - Q_\varphi \right) \delta \psi_\varphi + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} \right) - \right. \\
& - \frac{1}{R} \tilde{N}_\varphi \left. \right] \delta \tilde{w} \left. \right\} R d\varphi dx + \int_L [(N_{xn} - N_{xn}^*) \delta u + (N_{\varphi n} - N_{\varphi n}^*) \delta v + (M_{xn} - M_{xn}^*) \delta \gamma_x + \\
& + (M_{\varphi n} - M_{\varphi n}^*) \delta \gamma_\varphi + (Q_n - Q_n^*) \delta \tilde{w}] dL, \quad \delta A = \iint_S q_z \delta \tilde{w} dS.
\end{aligned}$$

Тут $N_{xn} = \tilde{N}_n l + N_{x\varphi} m$; $N_{\varphi n} = \tilde{N}_n l + N_\varphi m$; $M_{\varphi n} = M_n l + M_\varphi m$;

$M_{\varphi n} = M_n l + M_\varphi m$; $q_z = q_2 + 2q_1 h / R$; $q_1 = -0.5(q^+ + q^-)$; $q_2 = q^- - q^+$;

$\gamma_x = -\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} + \frac{4}{5} \psi_x$, $\gamma_\varphi = -\frac{1}{R} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \varphi} + \frac{v}{R} + \frac{4}{5} \left(1 - \frac{5}{12} \frac{h^2}{R^2} \right) \psi_\varphi$ – узагальнені кути

повороту нормалі до серединної поверхні оболонки; величини із зірочками позначають зусилля, що діють на контурі оболонки.

Рівняння Лагранжа дозволяє також записати різні варіанти граничних умов на краях циліндричної оболонки (по 5 умов на кожному краю).

Одержані розрахункові рівняння для циліндричної оболонки з ортотропного матеріалу мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \left(\frac{E_2}{G_{12}} - 2\nu_{12} \right) \frac{1}{R^2} \frac{\partial^4 F}{\partial \varphi^2 \partial x^2} + \frac{E_2}{E_1} \frac{1}{R^4} \frac{\partial^4 F}{\partial \varphi^4} + \frac{h^2}{3R^2} \Delta_x^2 F - 2E_2 h \tilde{\Delta}_k w = 0, \\
& D_1 \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{1}{R^2} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \varphi^2 \partial x^2} + D_2 \frac{1}{R^4} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \varphi^4} + \frac{D_2}{R^2} \Delta_0 w + 0, 4h^2 \Delta_k \Delta_A F + \\
& + (\Delta_k - L_\varphi - L_x) F - \frac{4}{5} \frac{1}{R} \bar{\Delta} \Omega_{x\varphi}^* = q_z + 0, 4h^2 \Delta_A q_2 + \frac{D_1}{\tilde{E}_1 R} \Delta_B q_1;
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\Delta \Omega - k_0^2 \Omega + \frac{D_1 - D_3}{(1 - \nu_{12}) D_1} \bar{\Delta} \Omega = 0; \quad K_x \Delta_\tau \tilde{w}_\tau - \Delta_k F - \frac{3}{4} \frac{h}{R} \Omega_{\varphi x}^* (G_{13} - G_{23}) = -q_z,$$

де $\bar{w} = w - 0,8 \tilde{w}_z$; $\tilde{w}_\tau = w_\tau - h^2 w_2$; $D_i = \frac{2}{3} \tilde{E}_i h^3$; $\tilde{E}_i = \frac{E_i}{(1 - \nu_{ij} \nu_{ji})}$; $D_{66} = \frac{2}{3} G_{12} h^3$;

$\Delta, \bar{\Delta}, \Delta_0, \Delta_\tau, \Delta_k, \Delta_B, \Delta_0, L_x, L_\varphi$ - відомі диференціальні оператори.

Аналіз системи (3) показує, що для ортотропної циліндричної оболонки розрахункові рівняння (за виключенням рівняння типу Гельмгольца) не є роздільними по відношенню до визначальних функцій

$F(x, \varphi)$, $\Omega(x, \varphi)$, $w(x, \varphi)$ та $w_r(x, \varphi)$. Як частковий випадок (при нехтуванні ефектами Пуассона та поперечного обтиснення) з цих рівнянь легко отримати рівняння Е.Рейсснера чи С.О.Амбарцумяна. Для оцінки точності виведених рівнянь наводиться приклад розрахунку трансропної циліндричної панелі. Числові дані для переміщень та напружень порівнюються з відповідними результатами для інших моделей. Для випадку, коли панель “вироджується” у трансропну плиту, дані для переміщень повністю співпадають із відповідними числовими даними теорії пружності.

У **третьому розділі**, на основі рівнянь для циліндричної оболонки, проведено розрахунки на стійкість ортотропної циліндричної оболонки за осьового стиску, а також бокового радіального навантаження. Загальні рівняння стійкості циліндричної оболонки отримуються шляхом трансформації рівнянь (3), введенням у них так званого “фіктивного” навантаження

$$q^+(p, w) = \left(N_x^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_\varphi^0 \frac{\partial^2 w}{R^2 \partial \varphi^2} \right). \quad (4)$$

Для випадку осесиметричної форми втрати стійкості стиснутої вздовж осі циліндричної оболонки і шарнірно опертої на краях ($N_x^0 = p$), формула для критичного тиску знайдена у вигляді:

$$p_{кр} = \frac{k \sqrt{E_1 E_2}}{\sqrt{3(1 - \nu_{12} \nu_{21})}} \frac{(2h)^2}{(R+h)} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{5k} \sqrt{\frac{E_2}{\tilde{E}_1}} \left(\frac{\tilde{E}_1}{G_{13}} - A_1 \right) \frac{h}{R} \right), \quad (5)$$

де $k = \sqrt{1 - 0,1A_1 h^2 E_2 / (R^2 G_{13})}$.

Для оболонки, що навантажена радіальним тиском p , прикладеним до її зовнішньої поверхні ($N_\varphi^0 = pR$), формула для визначення критичного

тиску $\hat{p} = \frac{p}{E} \left(\frac{R}{2h} \right)^2$, при $(m\pi R)^2 / (nl)^2 \ll 1$, має вигляд:

$$\hat{p} = \frac{h}{6R} \frac{n^2 - 1}{(1 - \nu^2) (1 + \varepsilon_1 n^2 / R^2) (1 + h/R) - n^2 \tilde{h}^2 h \tilde{E} / (RE')} + \frac{(m\pi)^4}{n^6} \left(\frac{R}{l} \right)^4 \frac{R}{2h} \frac{(1 + \varepsilon_1 n^2 / R^2 + n^2 \tilde{h}^2 \tilde{K}) (1 - \tilde{h}^2 (n^2 - 1))}{(1 + \varepsilon_1 n^2 / R^2) (1 + h/R) - n^2 \tilde{h}^2 h \tilde{E} / (RE')}, \quad (6)$$

$$\tilde{K} = \left((1-\nu)^2 - \nu'' \left(1 + \left(\frac{nl}{m\pi R} \right)^2 \right) \right) / (1-\nu^2); \varepsilon_1 = \frac{2}{5} \left(\frac{\tilde{E}}{G'} - \frac{\nu''}{1-\nu} \right) h^2; \tilde{E} = \frac{E}{1-\nu^2};$$

$\tilde{h}^2 = h^2 / (3R^2)$; m - число півхвиль уздовж твірної оболонки, n - число повних хвиль уздовж колової координати.

Отримані формули порівнюються з відомими, одержаними на основі інших моделей та теорій оболонок. Зокрема, якщо у формулах (5),(6) знехтувати параметрами, що враховують поперечне обтиснення та ефект Пуассона, то одержимо результати на основі рівнянь теорій типу Тимошенка. Для ізотропного матеріалу формула (5) близька до відповідної формули О.М.Гузя та І.Ю.Бабича, одержаної з рівнянь тривимірної лінеаризованої теорії стійкості (ТЛТС). На рис.1 показано зміну

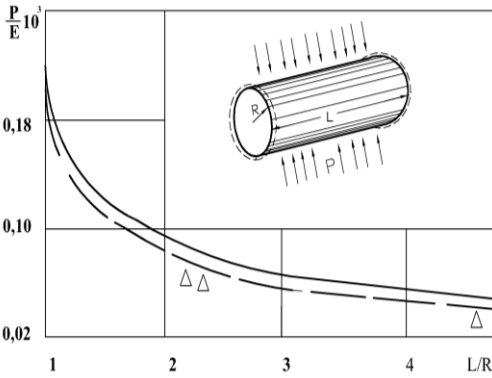


Рис.1. Зміна критичного радіального тиску залежно від довжини оболонки

критичного тиску $\tilde{p} = 10^3 p / E$ залежно від відносної довжини склопластикової оболонки (суцільна крива), яку обчислено за формулою (6), коли $m = 1$, $2h/R = 0.0314$, а оптимальний параметр n визначався методом перебору. Штрихова крива побудована на основі рівнянь ТЛТС. Експериментальні точки взяті з роботи В.С.Гуменюка та В.С.Кравчука.

На основі співвідношень (1) для циліндричних оболонок отримано рівняння згину та стійкості композитних кілець і стрижнів (рис.2,а):

$$\frac{d^2 \bar{w}}{d\varphi^2} + w = -\frac{MR^2}{E_2 I'} + \left[q_1 (1-\nu') - \frac{\nu' N}{2h} \right] \frac{R}{E_3} + \frac{2\nu'' q_2 h^2}{5E_2 I'} R^2; \quad (7)$$

$$\frac{dv}{d\varphi} + w = \frac{M + NR}{2E_2 h} - \frac{h^2}{20} \frac{E_2}{E_3} q_2 - 2\nu'' h q_1.$$

Тут $\bar{w} = w - 0.8\tilde{w}_\tau$, $\tilde{w}_\tau = w_\tau - h^2 w_2$; $h^2 w_2 = \frac{3}{8} \frac{q_2 h}{E_3} + \frac{\nu'' h^2}{2R^2} \frac{d^2 \bar{w}}{d\varphi^2}$; $\nu'' = \nu' \frac{E_2}{E_3}$,

$I = \frac{2}{3} h^3$; $I' = \int_{-h}^h \frac{R}{R+z} z^2 dz \approx I(1 + \frac{3h^2}{5R^2} + \dots)$ – величина, що еквівалентна

моменту інерції площі поперечного перерізу кільця одиничної ширини.

Для побудови диференціального рівняння стійкості у системі рівнянь (7) робляться формальні заміни, що використовувались С.Тимошенком та

В.Болотіним – $M(\varphi) = pRw(\varphi)$, $q^+ = -\frac{p}{R}(\frac{d^2w}{d\varphi^2} + w)$.

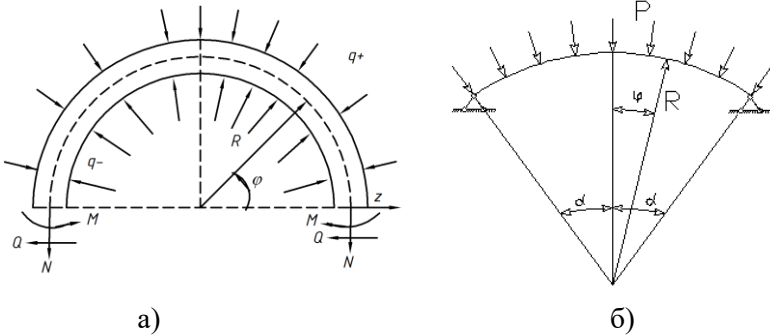


Рис.2. Схема навантаження кільця та шарнірно закріпленої арки

Одержане таким чином рівняння стійкості дозволяє визначити критичне навантаження для кругового кільця та шарнірно закріпленої арки (рис.2,б). Зокрема, формула критичного тиску для арки має вигляд:

$$p_{кр} = \left(\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1\right) \frac{E_2 I'}{R^3} \cdot k, \quad (8)$$

де $k = \alpha_1 + \alpha_2 \frac{2n^2 h^2 E}{5R^2 G'}$; $\alpha_1 = 1 - E_2 I' \frac{1 - 2\nu'}{2E_3 R^3}$; $\alpha_2 = 1 - \frac{2\nu' G'}{3 E_3} + \frac{5 h G'}{6 R E_3} (1 - 2\nu')$.

Поклавши у формулі (8) $k=1$ та $I'=I$, одержимо результат, отриманий Е.Гурльбрінком без урахування деформацій поперечного зсуву та обтиснення. При $\alpha = \pi/2$ з формули (8) отримується результат для $p_{кр}$ кругового кільця.

У **четвертому розділі** розроблено методику розрахунку напружено-деформованого стану оболонок і стрижнів, пошкоджених поверхневими тріщинами.

За основні ключові рівняння вибираються диференціальні рівняння (3) запропонованої моделі ортотропних оболонок для осесиметричного випадку. Для обчислення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) у

циліндричній оболонці з внутрішньою тріщиною (рис.3) модифікується відомий розв'язок Ражу і Ньюмена для плити з поверхневою тріщиною. В уточненому вигляді вираз для КІН записується наступним чином:

$$K_I = (\varepsilon_1 \sigma_t + H \sigma_\epsilon) \frac{\sqrt{\pi l}}{E(k)} F(\varepsilon_2, \varepsilon_3, \alpha). \quad (9)$$

Тут $\sigma_t = \frac{N_2}{2h}$, $\sigma_\epsilon = \frac{3\delta M_2}{2h^2}$ - напруження від розтягу серединної поверхні та максимальне напруження від згину в оболонці на рівні тріщини (рис.3);

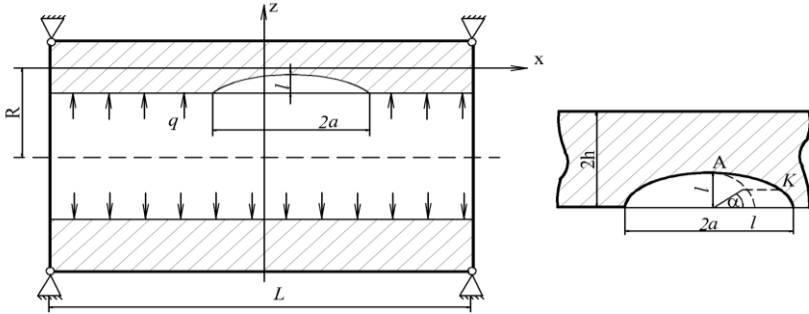


Рис.3. Циліндрична оболонка, пошкоджена тріщиною

$\varepsilon_1 = \frac{1+h/R}{1-h/R}$ - новий параметр, який у розв'язку (9) для випадку плити дорівнює одиниці; α - зведений кут для точки K (рис.3) на тлі півеліптичної тріщини; $F(\varepsilon_2, \varepsilon_3, \alpha) = [M_1 + M_2 \varepsilon_3^2 + M_3 \varepsilon_3^4] f(\alpha) g(\alpha)$;

$k = \sqrt{1 - \varepsilon_2^2}$; $f(\alpha), g(\alpha), H, M_2, M_1, M_3$ - відомі функції від $\alpha, \varepsilon_2, \varepsilon_3$;

$$\delta = \begin{cases} 1 - 2\varepsilon_3 & \text{при } \varepsilon_3 \leq 0,5; \\ 2\varepsilon_3 - 1 & \text{при } \varepsilon_3 > 0,5. \end{cases} \quad E(k) = \sqrt{1 + 1,464(\varepsilon_2)^{1,65}}; \quad \varepsilon_2 = l/a; \quad \varepsilon_3 = 0,5l/h.$$

Силкові чинники N_2, M_2 шукаються за допомогою формул:

$$N_2 = 2E_2 h \frac{\tilde{w}}{R} - A_2 h q; \quad M_2 = -D_2 \left[\frac{\tilde{w}}{R^2} + \nu_{21} \left(\frac{d^2 \tilde{w}}{dx^2} - \frac{4}{5} \frac{\partial^2 w_r}{\partial x^2} \right) \right] + 0,4 A_2 h^2 q. \quad (10)$$

У роботі обчислені значення КІН $\tilde{K}_I = K_I / (q\sqrt{\pi l})$ у найглибшій точці A ($\alpha = \pi/2$) фронту тріщини залежно від товщини оболонки та розмірів тріщини. У розрахунках параметр еліптичності і довжина оболонки відповідно дорівнювали: $\varepsilon_2 = 0,8; 0,1$; $L = 3R$. У перших рядках

таблиці, для товщин $h/R=1/3, 1/2$, подані результати Тена і Феннера, одержані методом граничних інтегральних рівнянь (ГІР), а для товщини $h/R=1/20$ - результати М.Стадника та І.Дідуха для нескінченної ізотропної ($\nu=0,3$) товстостінної труби. Другий і третій рядки таблиці обчислені за формулами (9) та емпіричними формулами Ньюмена і Ражу (Н. і Р.), відповідно. Із таблиці видно, що для параметра $\varepsilon_2=0.1$ коефіцієнт \tilde{K}_I збільшується майже у 2,3 рази ($h/R=1/20$). Вплив поперечної анізотропії на величину КІН \tilde{K}_I може досягати 15% ÷ 25% .

Таблиця

Значення КІН \tilde{K}_I у точці А

h/R		ε_3				Модель розрахунку
		0,2	0,4	0,6	0,8	
$\frac{1}{2}$		1,208	1,067	1,087	1,216	Метод ГІР
		1,112	1,149	1,202	1,249	Ф-ла (9)
		1,485	1,466	1,476	1,484	Метод Н.і Р.
$\frac{1}{3}$		1,617	1,492	1,490	1,623	Метод ГІР
		1,602	1,644	1,716	1,779	Ф-ла (9)
		1,790	1,732	1,807	1,827	Метод Н. і Р.
$\frac{1}{20}$	$\varepsilon_2 = 0,8$	8,209	8,393	8,666	8,890	Ф-ла С.- Д.
		7,929	8,139	8,498	8,811	Ф-ла (9)
		7,914	8,120	8,432	8,709	Метод Н. і Р.
	$\varepsilon_2 = 0,1$	12,592	15,544	20,804	28,626	Ф-ла (9)
		12,563	15,501	20,625	28,170	Метод Н. і Р.

Одержані результати дозволяють стверджувати, що збільшення КІН \tilde{K}_I у безпосередній близькості від зовнішніх поверхонь відбувається через збільшення згинальної складової повного напруження в оболонці.

Досліджується міцність пошкодженого тріщиною кругового композитного кільця, що стискується діаметральними силами P (рис. 4). У розтягнутій частині кільця поперечного перерізу $\varphi = \varphi_0$ розміщена прямокутна у плані $l \times 1$ плоска поверхнева тріщина завглибшки $l \ll R, h$. Напружено-деформований стан кільця визначається за допомогою розробленої уточненої моделі, що враховує поперечний зсув та обтиснення. Формула для напруження σ_φ у місцях появи тріщини ($\varphi = \varphi_0$) за такого навантаження кільця записується у вигляді:

$$\sigma_{\varphi}(P, \varphi_0, z^*) = \frac{P}{A} \Phi(\varphi_0, z^*), \quad (11)$$

де

$$\Phi(\varphi_0, z^*) = \tilde{M} \left(1 + \frac{z_0^*}{I_0} \right) + \frac{E}{4G'} \left(\left(\frac{z^*}{h} \right)^2 - \frac{3}{5} - \frac{h}{R} \left(\frac{z^*}{h} - \frac{h}{3z^*} \right) \right) z_0^* \cos \varphi_0 - \frac{1}{2} \hat{m} s \varphi_0,$$

$$\tilde{M} = -\frac{1}{\pi(1+I_0)} \left(1 - \frac{E_2}{G'} \frac{h^2}{R^2} (0.1 + 0.5(2\nu'' - 1) + \nu'' G' / (3E_2)) \right) + \frac{1}{2} \cos \varphi_0, -$$

$$I_0 \approx h^2 / (3R^2), z_0^* = z^* / (R + z^*).$$

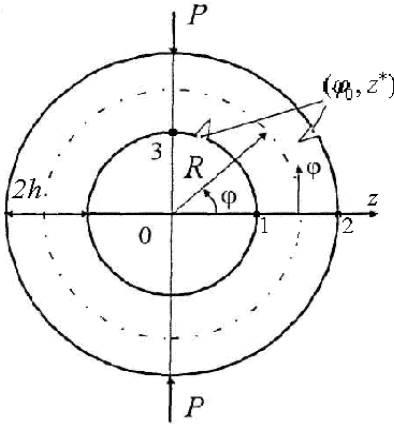


Рис.4. Схема навантаження кільця

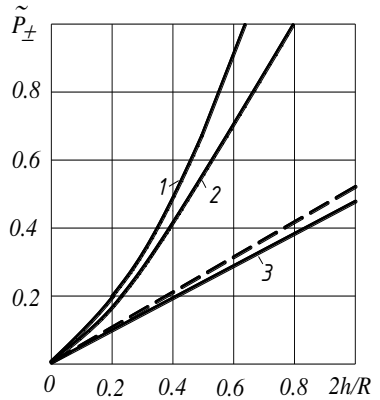


Рис. 5. Діаграми граничних навантажень

Числовий аналіз формули (11) показує, що найнебезпечнішими місцями появи тріщин можуть бути точки, розміщені на вертикальному діаметрі (лінії дії сил) внутрішньої ($\varphi_0 = \pi/2, z^* = -h+l$) та горизонтальному зовнішньої ($\varphi_0 = 0, z^* = h-l$) поверхонь кільця. У цих точках розтягувальні напруження є найбільшими.

Для визначення граничного навантаження $P = P^*$ використовується силовий критерій Дж. Ірвіна

$$K_I = K_{IC} \quad (12)$$

$$\text{де } K_I = \sigma_{\varphi}(P^*, \varphi_0, z^*) \sqrt{\pi l} f_1(\lambda); f_1(\lambda) = 1.1215(1 - 3.36\lambda + 10.6\lambda^2);$$

$\lambda = l/(R-h); \beta = (R-h)/(R+h); K_{IC}$ — критичне значення коефіцієнта інтенсивності напружень для тріщини нормального відриву.

Порівняння числових результатів для КІН K_I , обчислених за даною формулою, із відповідними даними М.П.Саврука, одержаними методом сингулярних інтегральних рівнянь (СІР), показує, що їх похибка не перевищує 6% для $h/R \geq 1/3$ і $l/h \leq 1$.

Ю. Мураками для визначення КІН K_I у виразі (12) замість σ_φ використав напівемпіричну формулу для максимального напруження на внутрішній поверхні ізотропного кільця для тріщини, що знаходиться на лінії дії стискувальних сил:

$$\sigma_{\max} = \frac{6P(1+\beta)}{\pi(R+h)(1-\beta)^2} \frac{0.995}{f_2(\beta)}. \quad (13)$$

Тут $f_2(\beta) = 1 + \beta/0.388 - (\beta/0.523)^2 + (\beta/0.84)^3$.

На рис. 5 показано залежність відносного критичного навантаження $\tilde{P}_\pm^* = P^* \cdot \sqrt{\pi l} / (A \cdot K_{Ic})$ від висоти перерізу та відношень фізичних характеристик анізотропії E/G' композитного кільця. Величина \tilde{P}_+^* відповідає випадку, коли тріщина знаходиться на зовнішній поверхні кільця на рівні горизонтального діаметра (криві 1, 2). Величина \tilde{P}_-^* від – повідає внутрішній тріщині на вертикальному діаметрі кільця (крива 3). Криві 1, 3 побудовані для ізотропного матеріалу ($E/G' = 2.6$), а крива 2 – для композитного, коли $E/G' = 20$. Штрихова крива побудована для випадку, коли напруження σ_φ визначається за формулою (13).

У **п'ятому розділі** проведено розрахунок ортотропних циліндричних оболонок за дії локалізованих та контактних навантажень. Показано, що проблема розрахунку тонкостінних конструкцій від дії локалізованих навантажень може бути досліджена якісніше, якщо такі навантаження розглядати як результат взаємодії з реальними пружними або жорсткими штампами чи бандажами і визначати напруження та переміщення безпосередньо в області дії таких навантажень. Для цього необхідно, додатково до рівнянь рівноваги оболонок (пластин), використати ще одну залежність, яка виводиться з умови, що зовнішня поверхня оболонки мусить повторювати форму бандажа (штампа). Таку умову можна вивести, скориставшись третім рівнянням системи (1):

$$W(x, h) = \alpha_w w - \frac{13}{16} \frac{q}{E_3} h + \frac{1}{2} A_1 h^2 \frac{d^2 w}{dx^2} = \delta - \omega f(x), \quad (14)$$

де α_w , ω – сталі параметри; $f(x)$ – функція, що описує форму бандажа.

Для циліндричної оболонки, затисненої кільцевим бандажем, умова (14) дозволяє отримати розрахункове рівняння четвертого порядку для визначення контактної тиску під гладким бандажем

$$q^{IV} - 2\tilde{g}^2 q^{II} + \tilde{\lambda}^4 q = \omega \tilde{f}(x) - \tilde{\delta} \tilde{\lambda}^4. \quad (15)$$

Тут $\tilde{\delta}$, \tilde{g}^2 , $\tilde{\lambda}^4$ - відомі параметри.

У теоріях типу Тимошенка відповідне розрахункове рівняння має тільки другий порядок. Це не дозволяє задовольнити всі умови спряження граничних умов на межі переходу до ненавантаженої поверхні оболонки. Розв'язок рівняння (15), з урахуванням симетричності задачі, а також умови, що $f(x) = x^2$, $\tilde{g}^2 < \tilde{\lambda}^2$, має вигляд

$$q(x) = \frac{2E_2 h}{\beta_w R^2} \left[\frac{\hat{O}_1(x)}{\hat{O}_1(a)} (\delta - \omega a^2) + \omega x^2 - \delta \right] + C_2 \left[\hat{O}_2(x) - \frac{\hat{O}_2(a)}{\hat{O}_1(a)} \hat{O}_1(x) \right], \quad (16)$$

де $\alpha, \beta = \sqrt{0.5(\tilde{\lambda}^2 \pm \tilde{g}^2)}$; $\hat{O}_1(\delta)$, $\hat{O}_2(\delta)$ - фундаментальні функції Крилова. Формула для $q(x)$ дозволяє знайти розподіл контактної тиску під бандажем. На рис.6 показано графіки розподілу величини $\bar{q} = q/(\tilde{E}_1 \omega h)$

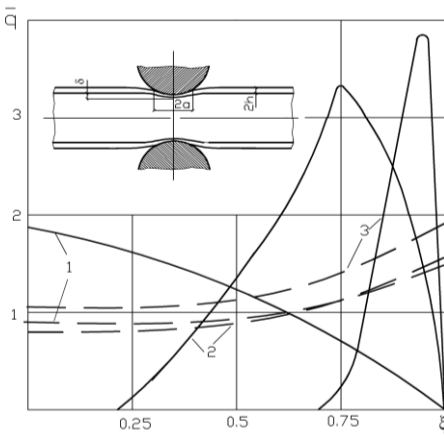


Рис.6. Залежність розподілу контактної тиску від величини області контакту

уздовж зони контакту залежно від змінних $\xi = x/h$ та $\theta = a/h$, де криві 1,2,3 побудовані для $\theta = 1; 2; 4$, відповідно. Суцільні криві побудовані за формулою (16), а штрихові – за формулою, що відповідає моделі оболонок типу Тимошенка.

Аналіз кривих розподілу тиску під бандажем дозволяє зробити висновок, що зі збільшенням зони контакту пік тиску зміщується у бік межі зони контакту, що узгоджується із фізичним змістом задачі.

Разом з тим, характер кривих,

побудованих за допомогою формул „зсувних”моделей, підтверджує тезу про неможливість їх використання у задачах про контактну взаємодію із жорстким бандажем і для досягнення коректного результату необхідно враховувати ефекти поперечного обтиснення. Подібна контактна задача

для короткого ізотропного циліндра розв'язана О.К.Морачковським, Ю.В.Ромашовим та В.А.Салом методами теорії пружності.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі одержали вирішення задачі, спрямовані на розробку математичних моделей та інженерних методик розрахунку на стійкість та контактну міцність ортотропних циліндричних оболонок і стрижнів.

При цьому отримані наступні наукові та практичні результати:

1. Побудовано нові моделі ортотропних циліндричних оболонок і стрижнів, рівняння яких, окрім ефектів поперечного зсуву, враховують деформацію поперечного обтиснення та ефект Пуассона.
2. Отримано нові інженерні формули для верхньої межі критичної сили для циліндричних оболонок від дії стискуючої сили та бокового навантаження.
3. Побудовано ефективну модель згину та стійкості кругових композитних кілець та арок, що враховує деформації поперечного зсуву, поперечного обтиснення та ефект Пуассона.
4. Розроблено нову методику визначення коефіцієнта інтенсивності напружень у циліндричній оболонці під тиском із поверхневою внутрішньою тріщиною; досліджено міцність пошкодженого тріщиною в довільній точці кругового композитного кільця, що стискується діаметральними силами.
5. Отримано розв'язок задачі для циліндричної оболонки при дії на неї кільцевих зосереджених зусиль з урахуванням ефектів поперечного зсуву та обтиснення.
6. Досліджено вплив поперечного обтиснення на розподіл контактного тиску при взаємодії циліндричної оболонки з жорстким бандажем із параболічною основою.

У результаті проведених числових експериментів встановлено:

- вплив поперечного обтиснення та ефект Пуассона на напружено-деформований стан оболонки є суттєвим у задачах розрахунку оболонок і кілець, пошкоджених тріщинами, а також у контактних задачах для оболонок, що взаємодіють із жорсткими бандажами;
- неврахування поперечного обтиснення при обчисленні контактного тиску під бандажем веде до одержання результатів, що не відповідають фізичним умовам задачі;

- вплив поперечного обтиснення та ефект Пуассона є несуттєвим у задачах стійкості оболонок і стрижнів;
- для розробленої моделі оболонок крайові умови, одержані в результаті мінімізації функціонала Лагранжа, є умовами енергетичної узгодженості з рівняннями даної моделі;
- врахування впливу поперечного зсуву і обтиснення значно зменшує величину критичного тиску для тонкостінних конструкцій (оболонок і стрижнів) у межах 20-40 %, що узгоджується з висновками тривимірної лінеаризованої теорії стійкості;
- величина КІН \bar{K}_I залежить як від товщини оболонки, так і від форми самої тріщини. При збільшенні еліптичності тріщини ($\varepsilon_2 \leq 0.8$) величина КІН \bar{K}_I зростає;
- найнебезпечнішими у кільці є тріщини, що виникають у поперечних перерізах його внутрішньої поверхні, де діють максимальні напруження.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ

1. Шваб'юк В.І., Ротко С.В. Розрахунок ортотропної циліндричної оболонки в уточненій постановці // Наукові нотатки: Міжвузівський збірник. – Луцьк: Луцьк. держ. техн. ун-т, 2002. - Вип.11.- С.284-288.
2. Ротко С., Шваб'юк В. Метод розрахунку циліндричних оболонок середньої товщини з поверхневими тріщинами // Машинознавство. – 2006. - №6. – С.12-15.
3. Максимович В.М., Ротко С.В. Вплив анізотропії на напружено-деформований стан циліндричної панелі // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій: Збірник наукових праць.– Львів: Каменяр, 2002. – Вип.5. - С.114-118.
4. Ротко С.В., Шваб'юк В.В. Аналітичний підхід до визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень в циліндричних оболонках із поверхневими тріщинами // Наукові нотатки: Міжвузівський збірник. – Луцьк: Луцьк. держ. техн. ун-т, 2004. – Вип.15. - С.271-274.
5. Божидарнік В.В., Шваб'юк В.І, Ротко С.В. Проблеми застосування неklasичних моделей оболонок для розв'язку контактних задач // Вісник Дніпропетровського університету (науковий журнал, серія „Механіка”) – 2006. - № 2/2.- С.18-24.
6. Максимович В.М., Шваб'юк В.І., Ротко С.В. Застосування методу неоднорідних розв'язків до розрахунку циліндричних оболонок

- середньої товщини // Наукові нотатки: Міжвузівський збірник. – Луцьк: Луцьк. держ. техн. ун-т, 2003. - Вип.13. – С.181-189.
7. Ротко С.В. Стійкість вільно опертої композитної арки // Наукові нотатки: Міжвузівський збірник.– Луцьк: Луцьк. держ. техн. ун-т, 2007. – Вип.20. - С.410-412.
 8. Bozydarnik W, Sulym H., Szwabyuk W., Rotko S. Zagadnienie obliczania powlok kompozytowych o sredniej grubosci // III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materialow i Konstrukcji.- Bialystok. - 2005.- P. 43-46.
 9. Sulym H., Rotko S., Szwabiuk V. Snrength of composite ring damaged by a crack // IV Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materialow i Konstrukcji. - Bialystok. - 2007.- P. 261-263.
 10. Шваб'юк В.І, Ротко С.В. Визначення граничного навантаження для циліндричної оболонки з тріщиною // 6-й Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові. Тези доповідей. – Львів. – 2003.- С.48.
 11. Шваб'юк.В.І., Ротко С.В. Побудова асимптотичних рівнянь тонких циліндричних оболонок методом неоднорідних розв'язків // 5-й українсько-польський науковий симпозиум „Актуальні задачі механіки неоднорідних структур”. Тези доповідей. – Львів-Луцьк. – 2003.- С.42.
 12. Сулим Г., Ротко С., Шваб'юк В. Визначення залишкової міцності кругового композитного кільця з тріщиною // 6-й польсько-український науковий симпозиум „Актуальні задачі механіки неоднорідних середовищ”. Тези доповідей. – Варшава. – 2005.- С.115-116.
 13. Шваб'юк В.І., Ротко С.В. Визначення граничної рівноваги циліндричної оболонки з поверхневою тріщиною // Всеукраїнська наукова конференція „Сучасні проблеми механіки”. Тези доповідей. – Львів. – 2004.- С.71-72.
 14. Ротко С.В., Шваб'юк В.В. До проблеми уточнення розрахункових рівнянь ортотропної циліндричної оболонки // XIX науково-технічна конференція професорсько-викладацького складу. Тези доповідей (технічний напрямок). – Луцьк: Луцьк. держ. техн. ун-т, 2004.- С.90.
 15. Ротко С.В. Стійкість трансверсально-ізотропної циліндричної оболонки від дії поверхневого тиску // XXI науково-технічна конференція професорсько-викладацького складу. Тези доповідей. – Луцьк: Луцьк. держ. техн. ун-т, 2006.- С.239-242.
 16. Шваб'юк В.В., Ротко С.В., Маткова А.В. Стійкість замкнутого кругового кільця під дією зовнішнього тиску в уточненій постановці // XXI науково-технічна конференція професорсько-викладацького складу. Тези доповідей. – Луцьк: Луцьк. держ. техн. ун-т, 2006.- С.138-140.

17. Шваб'юк Василь, Ротко Світлана. Застосування уточнених теорій оболонок для розв'язування контактних задач // 7-й Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові. Тези доповідей. – Львів, 2005.- С.124 -125.
18. Ротко С.В. Уточнене моделювання напружено-деформованого стану циліндричних оболонок і стрижнів у розрахунках на стійкість та міцність // 8-й Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові. Тези доповідей. – Львів, 2007.- С.72.
19. Божидарнік В.В., Ротко С.В., Шваб'юк В.І. До проблеми контактної взаємодії циліндричної оболонки з гладким штампом // 7-й українсько-польський науковий симпозиум „Актуальні задачі механіки неоднорідних структур”. Тези доповідей. – Львів. – 2007.- С.16-17.

АНОТАЦІЯ

Ротко С.В. Розрахунок стійкості та міцності ортотропних циліндричних оболонок і стрижнів із врахуванням поперечного зсуву та обтиснення. - Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла, Луцький державний технічний університет, Луцьк, 2007.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню напружено-деформованого стану ортотропних циліндричних оболонок і стрижнів на основі модифікації рівнянь теорій оболонок С.Амбарцумяна та Р.Крістенсена, що враховують деформації поперечного зсуву, обтиснення та ефекту Пуассона. Здійснено розрахунок на стійкість оболонок і стрижнів, отримано нові інженерні формули для верхньої межі критичної сили від стискувального та бокового навантаження. Наведено порівняння з відповідними результатами тривимірної лінеаризованої теорії стійкості, а також результатами експериментальних досліджень. Розроблено методику розрахунку ортотропних циліндричних оболонок і стрижнів, пошкоджених поверхневими тріщинами. Запропоновано нові формули для визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень. Побудовані діаграми граничних навантажень для пошкодженого тріщиною кругового композитного кільця, що стискується діаметральними силами. Досліджено вплив поперечного обтиснення на розподіл контактного тиску при взаємодії циліндричної оболонки з жорстким бандажем із параболічною основою.

Ключові слова: циліндрична оболонка, стрижні, поперечний зсув, поперечне обтиснення, стійкість, міцність, тріщина, коефіцієнт інтенсивності напружень.

АННОТАЦИЯ

Ротко С.В. Расчет устойчивости и прочности ортотропных оболочек и стержней с учетом поперечного сдвига и обжатия.- Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела.- Луцкий государственный технический университет, Луцк, 2007.

Диссертационная работа посвящена исследованию напряженно-деформированного состояния ортотропных цилиндрических оболочек и стержней на основе модификации уравнений теорий оболочек С.Амбарцумяна и Р.Кристенсена, которые учитывают деформации поперечного сдвига, обжатия и эффект Пуассона. Произведен расчет устойчивости оболочек и стержней, получены новые инженерные формулы для верхней границы критической силы от сжатия и боковой нагрузки. Приведены сравнения с соответствующими результатами трехмерной линеаризированной теории устойчивости. Разработана методика расчета ортотропных цилиндрических оболочек, поврежденных поверхностными трещинами. Исследовано влияние поперечного обжатия на распределение контактного давления при взаимодействии цилиндрической оболочки с жестким бандажем, основание которого имеет параболическую форму.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, стержни, поперечный сдвиг, поперечное обжатие, устойчивость, прочность, трещина, коэффициент интенсивности напряжений.

SUMMARE

Rotko S.V. Calculation of stability and strength of orthotropic cylindrical shells and rods with account of transversal shear and pressurizing has been developed. - Manuscript.

The dissertation on competition of a scientific degree of the candidate of engineering science by specialty 01.02.04 - mechanics of deformable body.- Lutsk State Technical University, Lutsk, 2007.

The dissertation is dedicated to the investigation of the stress-strain condition of orthotropic cylindrical shells and rods on the basis of equation's modification of S.Ambartsumyan's and R.Christensen's theories of shells. New models of orthotropic cylindrical shells and rods have been constructed.

The equations of these models take into account, besides the effects of transversal shear, deformations of transversal pressurizing and Poisson effect.

Calculation for stability of shells and rods has been performed. New engineering formulas for upper boundary of critical force from compression and lateral load for cylindrical shells were obtained. Comparisons with corresponding results of three-dimensional theory of stability, as well as with the results of experimental investigations are presented.

Efficient model of flexure and stability of circular composite rings and arches, which takes into account deformations of transversal shear, transversal pressurizing and Poisson effect, has been constructed. Technique for calculation of orthotropic cylindrical shells and rods damaged with surface cracks has been elaborated. New formulas for determination of SIF in a cylindrical shell with inner surface crack under pressure are offered. It is shown that the SIF value depends both on the thickness of the shell and on the form of the crack. The value of SIF K_I grows with the increase of crack ellipticity ($\varepsilon_2 \leq 0.8$). Plots of boundary loads for the damaged with a crack circular composite ring compressed with diametrical forces are constructed.

Solution of the problem on cylindrical shell under circumferential pin-loading with account of effects of transversal shear and pressurizing is obtained. Comparative calculation results are presented. The effect of transversal pressurizing upon distribution of contact pressure at interaction a cylindrical shell with rigid arrest strip, that has a parabolic base, has been investigated. It is shown that ignoring transversal pressurizing at calculation of contact pressure under the arrest strip leads to obtaining results which do not correspond to physical conditions of the problem.

Key words: cylindrical shell, rod, transversal shear, transversal pressurizing, stability, strength, stress intensity factors.

Підписано до друку 7.09.2007 р.

Формат 60x80/16. Папір офс.

Ум. друк. арк. 0.75. Тираж 100 прим. Зам. 3449.

Редакційно-видавничий відділ

Луцького державного технічного університету

43018 м. Луцьк, вул. Львівська, 75.

Друк – РВВ ЛДТУ