

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЛУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Сучасні технології  
та методи розрахунків у будівництві  
Збірник наукових праць

Випуск 7

Луцьк – 2017

У збірнику висвітлюються результати експериментально-теоретичних досліджень будівельних матеріалів і конструкцій, технологій їхнього виготовлення та експлуатації, теорії опору елементів будівельних конструкцій зовнішнім впливам, методів їхнього розрахунку.

Призначений для наукових працівників, спеціалістів проектних установ і виробничих підприємств будівельної галузі, докторантів, аспірантів і студентів вищих навчальних закладів.

**Редакційна колегія:**

Головний редактор - **Шваб'юк В.І.**, д.т.н., професор (Луцький НТУ);

Заступник редактора - **Максимович В.М.**, д.ф.-м.н., професор (Луцький НТУ);

Відповідальний секретар - **Андрійчук О.В.**, к.т.н. (Луцький НТУ);

**Бабич Є.М.**, д.т.н., професор (Національний університет водного господарства та природокористування); **Белятинський А.О.**, д.т.н., професор (Національний авіаційний університет); **Богаткевич Януш**, доктор інженерії (Люблінська політехніка, Польща); **Бондарський О.Г.**, к.т.н., доцент (Луцький НТУ); **Делявський М.В.**, д.т.н., професор (Луцький НТУ); **Жданюк В.К.**, д.т.н., професор (Харківський національний автомобільно-дорожній університет); **Іванченко Г.М.**, д.т.н., професор (Київський національний університет будівництва і архітектури); **Карась Славомір**, доктор інженерії (Люблінська політехніка, Польща); **Максимович О.В.**, д.т.н., професор (НУ "ЛП"); **Наумов В.С.**, д.т.н., професор (Краківська політехніка, Польща); **Пастернак Я.М.**, д.ф.-м.н., доцент (Луцький НТУ); **Пустюльга С.І.**, д.т.н., професор (Луцький НТУ); **Савенко В.Я.**, д.т.н., професор (Національний транспортний університет); **Солодкий С.Й.**, д.т.н., професор (Національний університет "Львівська політехніка"); **Трач В.М.**, д.т.н., професор (НУВГП); **Ужегова О.А.**, к.т.н., доцент (Луцький НТУ).

Технічний секретар - **Ужегов С.О.**

Зареєстрований Державною реєстраційною службою України (свідоцтво серія КВ, № 20340-10140Р від 31.05.2013 р.).

Включений Міністерством освіти і науки України до переліку наукових фахових видань України (Наказ МОН України, № 747 від 13.07.2015 р.).

Матеріали збірника рекомендовані до друку на засіданні Вченої ради Луцького НТУ (протокол № 4 від 28 листопада 2017 р.).

Випуск підготовлений за матеріалами всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції молодих учених та студентів „Сучасні проблеми містобудування. Перспективи та пріоритети розвитку” (17 листопада 2017 року, м. Луцьк)

Адреса редакції: 43018, м. Луцьк, вул. Потебні, 56, Луцький НТУ, кафедра "Будівництво та цивільна інженерія", e-mail: Zbirnukfbd@gmail.com,

<http://bf.lntu.edu.ua/fakultet/zbirnuk.html>, телефон (0332) 26-24-60.

УДК 539.3

**УТОЧНЕНИЙ РОЗРАХУНОК ПІДСИЛЕНИХ БАЛОК  
МЕТОДОМ ПРИВЕДЕНИХ ПЕРЕРІЗІВ**

**REFINED CALCULATION OF REINFORCED BEAMS BY  
THE METHOD OF CONDITIONAL CROSS SECTIONS**

**Шваб'юк В.І., д.т.н., проф., Ротко В.О., магістр, Ротко С. В., к.т.н.,  
доц. (Луцький національний технічний університет, м. Луцьк)**

**Shvabyuk V.I., Doctor of Engineering, Professor, Rotko V.O., master,  
Rotko S.V., Ph.D. in Engineering, Associate Professor (Lutsk National  
Technical University, Lutsk)**

Досліджується можливість застосування уточненого розрахунку жорсткого з'єднання підсилених балок методом приведених поперечних перерізів за допомогою рівнянь неklasичної теорії згину коротких балок. Наведено приклад числового розрахунку дерев'яного прогону, підсиленого металевою смугою, за класичною теорією.

Sometimes for strengthening of building constructions it is used constructions with the beams or stripes fixed one on other. Such beams can be made from different materials and hardly united interse, if to work as single unit, or to be unrelated interse and to work as every separate element of such package. Depending on it such constructions have different bearing strength and it is applied the different methods of calculation to them.

The possibility of applying the refined calculation of the reinforced beams rigid conjunction by the combined cross sections method is studied using the nonclassical theory equations of short beams bending. A numerical calculation's example of a wooden stringer reinforced by a metal strip is given.

Ключові слова: уточнений розрахунок, неklasичні теорії згину, граничні умови, переміщення, деформації поперечного зсуву та обтиснення.

Keywords: specified calculation, non-classical theory of bending, boundary conditions, displacement, deformation, transverse shear and compression.

Постановка проблеми. Іноді для підсилення будівельних конструкцій використовують конструкції з пакету балок або смуг, покладених одна на одну. Такі балки можуть бути виготовлені з різних матеріалів і жорстко з'єднані між собою, аби працювати як єдине ціле, або бути незв'язаними між собою і працювати як кожен окремий елемент такого пакету. Залежно від цього такі конструкції мають різну несучу здатність і до них застосовують різні методи розрахунку. Одним із найпоширеніших методів розрахунку пакету зв'язаних балок є метод приведених перерізів [2].

За допомогою цього методу нескладно розрахувати напружено-деформований стан балок, жорстко підсиленних тонкими високоміцними (порівняно з основним матеріалом) елементами і, таким чином, значно підвищити допустиме навантаження на несучі конструкції. Разом із тим, у більшості випадків такі розрахунки проводяться на базі гіпотез класичної теорії балок, що значно знижує їх точність, особливо для елементів із композитних матеріалів. Тому для розрахунку конструкцій із таких матеріалів необхідно використовувати теорії згину балок, що базуються на менш жорстких вихідних гіпотезах, ніж класична теорія згину Бернуллі – Ейлера. На даний час найчастіше користуються уточненою теорією типу Тимошенка [2], яка дає більш-менш задовільні результати для гладких навантажень. Для контактних задач такі розрахунки можливі у постановці рівнянь уточненої теорії згину трансропних балок середньої товщини, що враховує деформації поперечного зсуву та обтиснення [1,3].

Розрахунок балок методом приведених перерізів

У випадку жорсткого з'єднання балок найбільш поширеним методом розрахунку є метод приведених поперечних перерізів (метод еквівалентних площ). Ідея методу полягає у тому, що поперечний переріз балки, який складається із різних частин та різних матеріалів (рис. 1а), перетворюється в умовний поперечний переріз із одного матеріалу. Цей переріз називається приведеним поперечним перерізом, який є еквівалентним поперечному перерізу реальної балки. Для такої еквівалентності необхідно, аби ці перерізи

мали одну й ту ж нейтральну вісь та однаковий опір згинальному моменту.

Знайдемо положення нейтральної осі для балки, що складається із двох різних матеріалів (рис. 1а) із умови, що за чистого згину сумарна поздовжня сила, яка може виникнути у поперечному перерізі, має дорівнювати нулеві. Тобто у випадку двох різних матеріалів справедлива рівність:

$$\iint_{S_1} \sigma_{x1} dS + \iint_{S_2} \sigma_{x2} dS = 0, \quad (1)$$

де, враховуючи справедливість гіпотез плоских перерізів, напруження, що виникають у цих перерізах, записуються у вигляді  $\sigma_{x1} = \kappa E_1 y$ ,  $\sigma_{x2} = \kappa E_2 y$ ,  $\kappa$  — кривина поздовжньої осі балки.

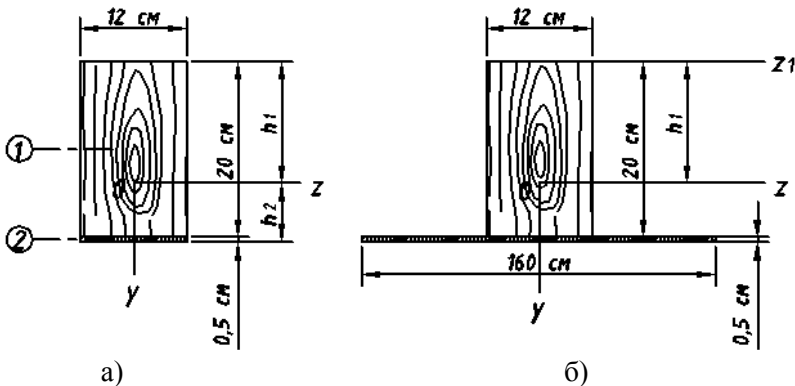


Рис. 1. Переріз підсиленої балки: а) - дійсний; б) - приведений

Підставивши ці значення у рівняння (1), одержимо такі залежності:

$$E_1 \iint_{S_1} y dS + E_2 \iint_{S_2} y dS = 0, \text{ або } \iint_{S_1} y dS + \iint_{S_2} n y dS = 0, \quad (2)$$

де  $n = E_2 / E_1$ .

Із умов (2) можна зробити висновок, що положення нейтральної осі не зміниться, якщо ширину другої площі збільшити в  $n$  разів, тим самим збільшити й саму площу у стільки ж разів.

Таким чином, отримуємо новий переріз, який складається із двох частин: площі 1, що залишається попередньою, і нової площі 2 (рис. 1б), ширина якої помножена на  $n$ . Тобто, ми отримуємо приведений переріз, але він уже ніби з одного матеріалу 1, для якого справедлива формула  $\sigma_x = \kappa E_1 y$ . Запишемо вираз для згинального моменту через це напруження та приведений переріз:

$$M = \iint_S \sigma_x y dS = \iint_{S_1} \sigma_x y dS + \iint_{S_2} \sigma_x y dS = \kappa E_1 \iint_{S_1} y^2 dS + \kappa E_1 \iint_{S_2} y^2 dS = \kappa (E_1 I_1 + E_1 n I_2) = \kappa (E_1 I_1 + E_2 I_2). \quad (3)$$

Тобто, записуючи значення  $M$  для приведенного перерізу через характеристики жорсткості, у кінцевому результаті отримуємо формулу, через яку записується вираз для згинального моменту для реального (вихідного) перерізу. Одержані перетворення дозволяють нам скористатися формулами для напруження та максимального прогину в усьому перерізі як із одного матеріалу

$$\sigma_{x1} = \frac{M}{I_{np}} y, \quad w_{\max} = \frac{5ql^4}{24E_1 I_{np}} \quad (4)$$

де  $I_{np} = I_1 + nI_2$  — момент інерції приведенного поперечного перерізу відносно нейтральної осі.

Формула (4) для напруження записана для усього перерізу, але істинною вона буде тільки для першого матеріалу. Для другого матеріалу (у його межах для крайніх точок) одержані значення напружень необхідно перемножити на параметр  $n$ . Таким чином отримаємо значення напружень у другому перерізі з іншого матеріалу.

Приклад. Розглянемо дерев'яний прогін перерізом  $12 \times 20$  см, жорстко підсилений металевою смугою товщиною  $t = 5$  мм, що вільно обпирається на опори (рис.2), відстань між якими  $2l = 2$  м. Модулі пружності цих матеріалів відповідно дорівнюють:  $E_1 = 1,05 \times 10^4$  МПа та  $E_2 = 2,1 \times 10^5$  МПа. Модуль зсуву у поперечному напрямі дорівнює  $G' = 350$  МПа. Таким чином, приведений переріз складається із незмінної першої частини

( $b_1 = 12 \text{ см}$ ) та зміненої нижньої частини, ширина якої множитья на коефіцієнт  $n = E_2 / E_1 = 20$ , тобто  $b_2 = 20 \cdot b_1 = 240 \text{ см}$  (рис. 1б). Прогін навантажений розподі- ним навантаженням інтенсивністю  $q$ , яке викликає максимальний згинальний момент  $M = q \cdot l^2 / 2$ . Необхідно знайти величину допустимого навантаження  $[q]$  на дану балку із підкріпленням та без нього за допустимого напруження на стиск  $[\sigma]_c = 35 \text{ МПа}$ .

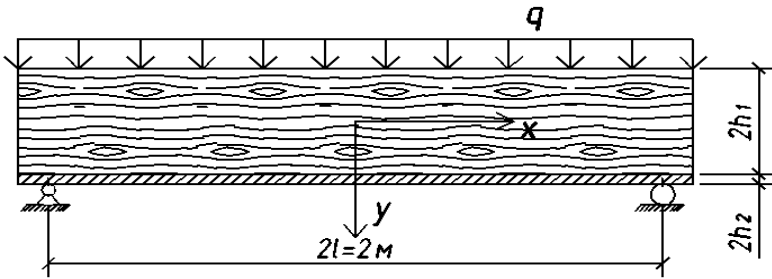


Рис. 2. Розрахункова схема підсиленої балки

Для знаходження положення нейтральної осі знайдемо положення центру ваги приведеного поперечного перерізу. Провівши допоміжну вісь  $z_1$  через верхню сторону перерізу 1, знайдемо відстань до центру ваги  $y_c$  через суму статичних моментів обох частин перерізу відносно осі  $z_1$ , поділену на повну площу перерізу:

$$y_c = \frac{b_1 h_1^2 / 2 + t b_2 (h_1 + t / 2)}{b_1 h_1 + t b_2} = \frac{12 \cdot 20 \cdot 10 + 0,5 \cdot 240 \cdot 20,25}{12 \cdot 20 + 0,5 \cdot 240} = 13,42 \text{ см.}$$

Визначимо момент інерції приведеного перерізу:

$$I_{np} = b_1 h_1^3 / 12 + (3,42)^2 b_1 h_1 + b_2 t^3 / 12 + (6,83)^2 b_2 t = 16408,4 \text{ см}^4.$$

Отже, момент інерції приведеного перерізу  $I_{np} = 2,05 I_1$ , тобто більш, ніж у два рази перевищує момент інерції перерізу балки без

підкріплення ( $I_1 = b_1 h_1^3 / 12 = 8000 \text{ см}^4$ ), що допоможе надати знизити максимальні напруження на зовнішніх поверхнях балки.

Використавши формулу (4), визначимо напруження у характерних точках поверхонь балки:

$$\sigma_x(y_1) = -4,09q / \text{см}; \sigma_x(y_2) = 2,00 \cdot q / \text{см}.$$

$$\sigma_x(y_3) = 2,16 \cdot q / \text{см}.$$

Перші два значення для напружень є дійсними для балки із матеріалу 1 (дерева) на її верхній (стиснутій) та нижній (розтягнутій) поверхнях. Разом із тим, аби отримати реальні значення напружень у металевій смузі (матеріал 2), то останні 2 значення для  $\sigma_x$  необхідно помножити на коефіцієнт  $n = 20$ :

$$\sigma_x^B = 20 \cdot 2,00 = 40,0 \cdot q / \text{см}, \quad \sigma_x^H = 20 \cdot 2,16 = 43,2 \cdot q / \text{см}.$$

Одночасно, якби дерев'яна балка не була підсилена тонкою металевою смугою, то напруження на її верхній (стиснутій) та нижній (розтягнутій) поверхнях були б такими:

$$\sigma_x = \pm \frac{M}{2I_1} h_1 = \pm \frac{q \cdot 10^4}{4 \cdot 8000} (20) = \pm 6,25q / \text{см}.$$

Тобто, напруження у характерних точках поверхонь балки мають збільшитися у 1,53 рази, а отже, і несуча здатність, відповідно, мусить зменшитися у стільки ж. Одночасно, максимальне нормальне напруження у середньому перерізі балки ( $x = 0$ ) можна підраховувати за точнішими формулами уточненої теорії [1,3] та визначити її реальну несучу здатність.

1. Ротко В.О., Шваб'юк В.І. Уточнена модель згину короткої ортотропної балки з композитного матеріалу // Матеріали X Міжнародної науково-практичної конференції «Наука і світ» (27.12.2013 - 5.01.2014) – Випуск 5. – «Будівництво та архітектура». – Прага: Видавничий дім «Освіта і наука», 2014. – С.18-21.

2. Тимошенко С.П., Дж. Гере. Механіка матеріалів. Изд.-во «Мир» — М. 1976. С. 610.

3. Шваб'юк В.И. К теории изгиба коротких трансверсально-изотропных балок // Расчет пространственных строительных конструкций. Куйбышев: КуйСИ, 1981, в.9, с.86-91.



## З М І С Т

|  |  |    |
|--|--|----|
| Абрамюк І.Г.   | Тенденції містобудівного розвитку Луцька впродовж XVII – XX ст .....   | 3  |
| Біскуп П.І.,<br>Бліндер А.С.,<br>Мучак К.М.,<br>Князєв М. Р.       | Методика генерального планування територій ...   | 11 |
| Бондарський О.Г.,<br>Руський С.І.,<br>Ужегов С.О.,<br>Ужегова О.А. | Визначення величини попереднього натягу арматури на упори (на форму).....  | 17 |
| Висоцька Л.М.<br>Журавський О.Д.<br>Савенко В. І.<br>Кислюк Д.Я.   | Вплив перетворювача іржі «контраст» на зчеплення арматури з бетоном .....  | 25 |
| Волошин В.,<br>Бліндер Ю.,<br>Мороз В.                             | Особливості нормативної грошової оцінки земель населених пунктів .....   | 32 |
| Гаврилюк В.Р.,<br>Боярчук Б.А.,                                    | Підвищення енергоефективності в будівлях навчальних закладів .....   | 38 |
| Гурик М.Ю.,<br>Яйчєня В.П.,<br>Мельник Ю.А<br>Парфєнтєєва І. О.    | Особливості організації та благоустрою територій вищих навчальних закладів України ..  | 43 |
| Дзюбинська О.В.,<br>Смаль М.В.,<br>Дзюбинський А.В.                | Картографічне моделювання результатів оцінки рекреаційних територій за чинниками соціально-побутової інфраструктури.....   | 48 |
| Дробишинєць С.Я.   | Обстеження та покращення безпеки дорожнього руху на автомобільній дорозі т-03-06 /т-03-02/ - Шацьк - Вілиця - Прип'ять - Любохини - /т-03-08/ Шацького району Волинської області ..... | 56 |
| Дудар І.Н.,<br>Яворовська О.В.                                     | Оцінка ефективності функціонування системи поводження з твердими побутовими відходами ...  | 64 |

|  |  |     |
|--|--|-----|
| Захаревская Н.С.,<br>Снядовская Т.Ю.                                 | Инновационные аспекты развития архитектуры «Кампусов» .....  | 73  |
| Іваник І.Г.,<br>Іваник Ю.І.,   | Просторовий розрахунок комбінованих попередньо напружених сталезалізобетонних шпренгельних конструкцій.....  | 81  |
| Ільчук Н.І.,<br>Мартин О.Д.  | Реконструкція центрального парку культури та відпочинку у м. Любешів Волинської області .....  | 89  |
| Кожушко О.Д.,<br>Кізєєв М.Д.,  | Утилізація теплової енергії стічних вод та питної води в системах водопостачання і каналізації населених пунктів .....   | 94  |
| Купченко Ю.В.  | Оптимізація сталевих стержневих рамних систем працюючих за межею пружності.....  | 101 |
| Куцина І.А.,   | Пішохідна рухливість як складова сформованої транспортної системи малих та середніх міст.....  | 106 |
| Кушнір О.А.  | Реконструкція кінотеатру «Чернівці»по вулиці Заньковецької в місті Чернівці.....   | 113 |
| Линник І.Е.,<br>Дудник В.М.  | Системи розміщення автомобільних стоянок у великих містах .....  | 118 |
| Маліков В.В.,<br>Панасюк Я.І.  | Про можливість використання ґрунтів укріплених цементом із додаванням добавок «Perma-zyme 11х», «Soilgrip es-10», «Roadcem» для будівництва шарів дорожніх одягів..... | 126 |
| Мартинов С.Ю.,<br>Мінаєва Н.Л.,<br>Куницький С.О.,<br>Андрійчук О.В. | Реконструкція існуючих об'єктів водопостачання в ресурсозберігаючі споруди водопідготовки.....   | 133 |
| Моркляник Б.В.,<br>Лавренюк В.М.<br>Брездєнь Б.Є.                    | Вплив циклічного замерзання–розмерзання на деформаційні властивості ґрунтів основи внаслідок роботи плоского колектора теплового насоса .....                          | 140 |

|   |  |     |
|---|--|-----|
| Неделюк О. А.,<br>Ротко С. В.,<br>Задорожнікова І. В.             | Вертикальні ферми як урбаністична аграрна альтернатива .....   | 146 |
| Нінічук М. В.,<br>Кислюк Д.Я.<br>Дмитрук Д.Г.                     | Напружено-деформований стан нерозрізних залізобетонних балок з різним типом армування сталевими фібрами .....                  | 154 |
| Олексин Х.А.,<br>Шевчук Т.В.<br>Парфентьева І. О.<br>Мельник Ю.А. | Вирішення проблем благоустрою та реконструкція центральної частини с. боремель рівненської області.....                        | 161 |
| Панчук М.Ю.,<br>Матіяшук А.В.,<br>Ротко С. В.                     | Дослідження фізико-механічних властивостей неавтоклавного пінобетону для застосування у якості конструкційного матеріалу ..... | 167 |
| Парфентьева І.О.<br>Ільчук Н.І.<br>Шафранська О.З                 | Реконструкція центрального парку культури та відпочинку ім. лесі українки у м. Луцьку з влаштуванням функціональних зон .....  | 175 |
| Парфентьева І.О.,<br>Кошель М.С.,                                 | Особливості формування об'єднаних територіальних громад на прикладі села княгининок .....                                      | 181 |
| Парфентьева І.О.,<br>Луговська Т.П.                               | Застосування габіонних конструкцій у містобудуванні .....  | 188 |
| Пашинський В.А.<br>Джирма С.О.                                    | Вибір показників теплової надійності огорожувальних конструкцій .....  | 194 |
| Петровчук М.О.,<br>Сунак П.О.                                     | Розвиток селища Олика , як культурно-туристичного центру Волинської області в аспекті історичної спадщини .....                | 201 |
| Процюк В.О.   | Огляд основних математичних моделей визначення діелектричної проникності ґрунтів .   | 207 |
| Самчук В.П.,<br>Оласюк П.Я.                                       | Використання тентових конструкцій в архітектурно-будівельному проектуванні .....   | 213 |
| Семерей В.В.,<br>Задорожнікова І. В.                              | Vim-технології в проектуванні .....  | 219 |

|   |  |     |
|---|--|-----|
| Синій С. В.   | Напрямки розвитку технологій моніторингу в системах водопостачання міста Луцька .....  | 227 |
| Смаль М.В.,<br>Дзюбинська О.В.,<br>Шелкович О.                  | Світовий досвід повторного використання бетону в будівельному виробництві .....  | 233 |
| Смирнова Н.В.<br>Пасічник Р. В.                                 | Виготовлення «Сендвіч-панелей» у домашніх умовах.....  | 238 |
| Сунак П. О.,<br>Синій С. В.,<br>Мельник Ю. А.,<br>Парасюк Б. О. | Дослідження методів визначення надійності позацентрово стиснутих сталевібробетонних елементів .....                                  | 245 |
| Талах Л.О.<br>Агхнайах А.М.                                     | Європейський досвід організації та управління дорожніх систем .....  | 251 |
| Чапюк О.С.,<br>Олех В.В.,<br>Гришкова А.В.                      | Зчеплення композитної склопластикової арматури з важким бетоном залежно від довжини анкерування та поперечного перерізу призми ..... | 261 |
| Чернева Е.С.,<br>Мазур Д.А                                      | Проблеми експлуатації жильних зданий на прикладі общежития № 3 ОГАСА .....   | 268 |
| Шваб'юк В.І.,<br>Ротко В.О.,<br>Ротко С. В.                     | Уточнений розрахунок підсилених балок методом приведених перерізів .....   | 273 |
| Шеметило Н.В.,<br>Верешко О.В.                                  | Реконструкція історичного кварталу обмеженого вулицями данила галицького і ковельською у м. Луцьку .....                             | 279 |
| Шимчук О.П.,<br>Андрійчук О.В.<br>ГХОМА Муса,<br>Ящук Ю.Ф.      | Технологія інфрачервоного ремонту асфальто-бетонних покриттів .....  | 286 |
| Шолом В.В.,<br>Пахолук О.А.,<br>Ротко С. В.                     | Основні пріоритети будівництва плаваючих будівель .....  | 292 |

|   |   |
|---|---|
| Шостак А.В.,<br>Мельник О.В.,<br>Мельник Ю.А.<br>Боб А.Ю. | Методика дослідження стабільності спеціальних<br>геодезичних мереж при спостереженнях за<br>інженерними спорудами ..... 299 |
| Ярута Я.В.,<br>Шевчук О.В.,<br>Ткачук О.А                 | Врахування напірного режиму у мережах<br>водовідведення при підключенні до споруд<br>регулювання дощового стоку ..... 306   |