

УДК 621.317.7

Гадай А. В., к.т.н.

Луцький національний технічний університет

## ВИЗНАЧЕННЯ НЕАКТИВНОЇ ПУЛЬСУЮЧОЇ ПОТУЖНОСТІ В ЕЛЕКТРИЧНІЙ МЕРЕЖІ ЗА НЕСИМЕТРИЧНОГО НЕСИНУСОЇДНОГО РЕЖИМУ

**Гадай А.В. Визначення неактивної пульсуючої потужності в електричній мережі за несиметричного несинусоїдного режиму.** В статті проаналізовано можливість визначення неактивної пульсуючої потужності в несиметричних несинусоїдних режимах трифазних мереж із заземленою нейтраллю. Показано, що неактивна пульсуюча потужність містить складники, що зумовлені несиметрією та несинусоїдністю, які характеризуються відповідно умовною потужністю зворотної послідовності та потужністю спотворення. Отримано вирази потужності спотворення в інтегральній та комплексній формах запису.

**Ключові слова:** електричні мережі, несиметричні несинусоїдні режими, визначення неактивної пульсуючої потужності.

**Гадай А.В. Определение неактивной пульсирующей мощности в электрической сети при несимметричном несинусоидальном режиме.** В статье проанализирована возможность определения неактивной пульсирующей мощности в несимметричных несинусоидальных режимах трехфазных сетей с заземленной нейтралью. Показано, что неактивная пульсирующая мощность содержит составляющие, обусловленные несимметрией и несинусоидальностью, характеризующиеся соответственно условной мощностью обратной последовательности и мощностью искажения. Получены выражения мощности искажения в интегральной и комплексной формах записи.

**Ключевые слова:** электрические сети, несимметричные несинусоидальные режимы, определение неактивной пульсирующей мощности

**Hadaj A.V. Determination of inactive pulsating power in an electrical network in asymmetric non-sinusoidal mode.** The article analyzes the possibility of determining the inactive pulsating power in asymmetrical non-sinusoidal modes of three-phase systems with earthed neutral. It is shown that includes the inactive pulsating power components due to the asymmetry and non-sinusoidal, respectively, characterized by conventional reverse power sequencing and power distortion. Expressions power distortion by the complex and integrated forms of recording.

**Keywords:** electrical networks, asymmetric sinusoidal mode, the definition of the inactive pulsating power.

**Постановка наукової проблеми.** Використання на промислових підприємствах та в побуті навантажень з нелінійними та несиметричними параметрами погіршує електромагнітну сумісність споживачів, зменшує точність обліку електроенергії, компенсацією реактивної потужності. Це пов'язано з тим, що такі споживачі є джерелами коливання, несинусоїдності та несиметрії напруги [5]. Правильне визначення неактивної пульсуючої потужності забезпечить успішне вирішення вказаних проблем.

**Аналіз досліджень.** Активна та реактивна потужності визначаються за допомогою інтегрування відповідних миттєвих потужностей на періоді  $T$  напруги живлення

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt; \quad Q = \frac{1}{T} \int_0^T q(t) dt. \quad (1)$$

Для визначення миттєві активні й реактивні потужностей прийнято використовувати скалярний добуток векторів трифазних миттєвих напруг і струмів [4]:

$$p = (\mathbf{U} \cdot \mathbf{I}) = (u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C); \quad (2)$$

$$q = (\mathbf{U}' \cdot \mathbf{I}) = (u'_A i_A + u'_B i_B + u'_C i_C), \quad (3)$$

де  $\mathbf{U}, \mathbf{I}$  – вектори напруг і струмів в фазних координатах  $[u_A, u_B, u_C]^T, [i_A, i_B, i_C]^T$ ;  $\mathbf{U}'$  – вектор напруги миттєвих величин зсунутий на  $-90$  ел. градусів  $[u'_A, u'_B, u'_C]^T$ . У випадку несинусоїдного режиму фазовий зсув усіх гармонік напруги можна отримати за допомогою перетворення Гільберта.

Якщо джерело живлення, мережа та навантаження трифазної системи симетричні, то миттєві потужності не змінні в часі. У випадку несиметричності джерела живлення, мережі або навантаження виникають коливання миттєвих потужностей. Ці коливання характеризують неактивною пульсуючою потужністю, яка змінюється з подвійною частотою напруги мережі.

За визначенням [3] неактивна пульсуюча потужність трифазного несиметричного навантаження складається з миттєвих активної та реактивної потужностей. Вона визначається як різниця миттєвої активної потужності  $p(t)$  і активної потужності  $P$  трифазного навантаження:

$$N(t) = -(p(t) - P); \quad (4)$$

та миттєвої реактивної потужності  $q(t)$  і реактивної потужності  $Q$  :

$$N'(t) = -(q(t) - Q). \quad (5)$$

В несиметричних синусоїдних режимах складники пульсуючої потужності  $N(t)$  та  $N'(t)$  змінюються за синусоїдним законом, мають однакову амплітуду і зсунуті на 90 ел. градусів по фазі.

Неактивна пульсуюча потужність використовується як функція керування статичними синхронними компенсаторами, активними фільтрами в колах живлення несиметричних нелінійних приймачів електроенергії [6–9]. У випадку застосування теорії миттєвих потужностей величина пульсації реактивної миттєвої потужності відрізняється за амплітудою і фазою від  $N'(t)$  [2]. На сьогодні не встановлена закономірність як формуються неактивні пульсуючі потужності в несиметричних несинусоїдних режимах.

**Виклад основного матеріалу та обґрунтування отриманих результатів.** Розглянемо роботу мережі з перетворювачем П (рис.1). Несиметрія отримана зменшення напруги фази  $C$   $U_C$  до 90 % величини напруг інших фаз. Несинусоїдність зумовлена наявністю вищих гармонік у струмі навантаження (п'ята гармоніка містить 20 % від першої гармоніки. сьома гармонік – 14,3 % від основної гармоніки). Якщо відношення повної потужності навантаження до потужності короткого замикання становить 0,02, то в напрузі живлення будуть присутні п'ята та сьома гармоніки напруги, які становлять 2 % від першої гармоніки.

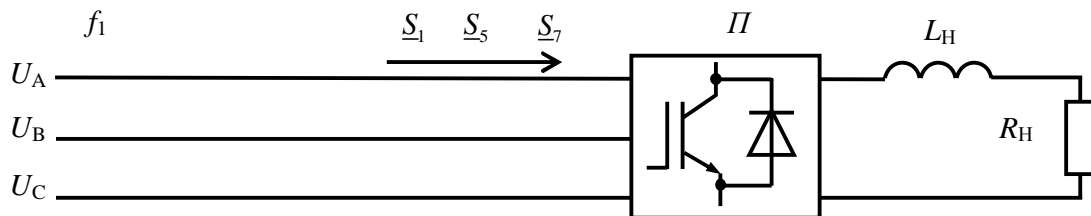


Рис. 1. Схема досліджувальної мережі

За таких умов потужність навантаження першої гармоніки становить  $\underline{S}_1 = 1405 e^{j30^\circ} = 1217 + j702,5 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ , п'ятої гармоніки –  $\underline{S}_5 = -5,6 e^{j30^\circ} = -4,9 - j2,8 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ , сьомої гармоніки –  $\underline{S}_7 = -4,0 e^{j30^\circ} = -3,5 - j2,0 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ . З урахуванням вмісту вказаних гармонік, активна та реактивна потужності навантаження відповідно будуть:  $P \approx 1208 \text{ кВт}$ ,  $Q \approx 697,7 \text{ квар}$ .

На рис. 2 наведено залежності миттєвих величин  $p, q$ . За рахунок несиметрії та несинусоїдності, вказані потужності змінюються протягом кожного півперіоду. Для прийнятих умов амплітуда коливань реактивної потужності  $p$  більша, ніж амплітуда коливань активної потужності  $q$ .

Припустимо, що в несиметричному несинусоїдному режимі електричної мережі неактивна пульсуюча потужність складається з потужності небалансу та потужності спотворення (рис. 3).

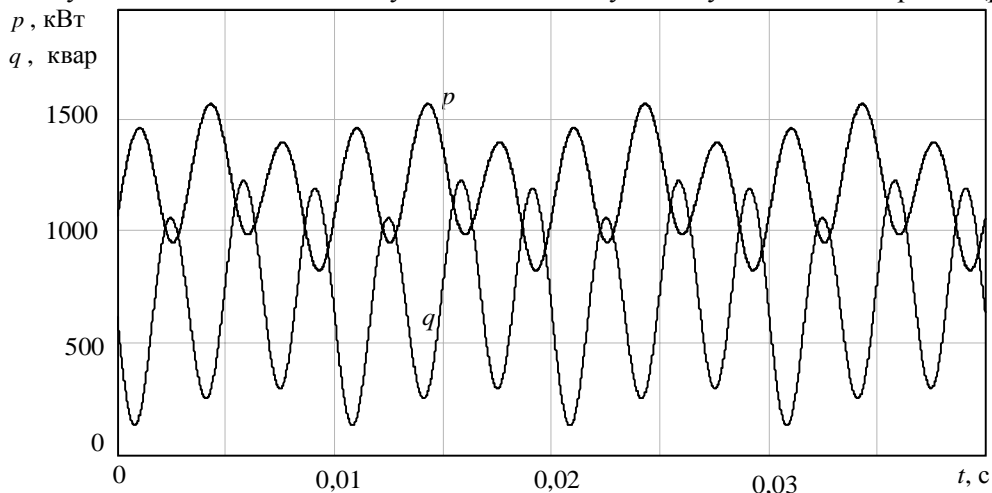


Рис. 2. Залежності миттєвих величин активної та реактивної потужності в несиметричному несинусоїдному режимі живлення перетворювачів

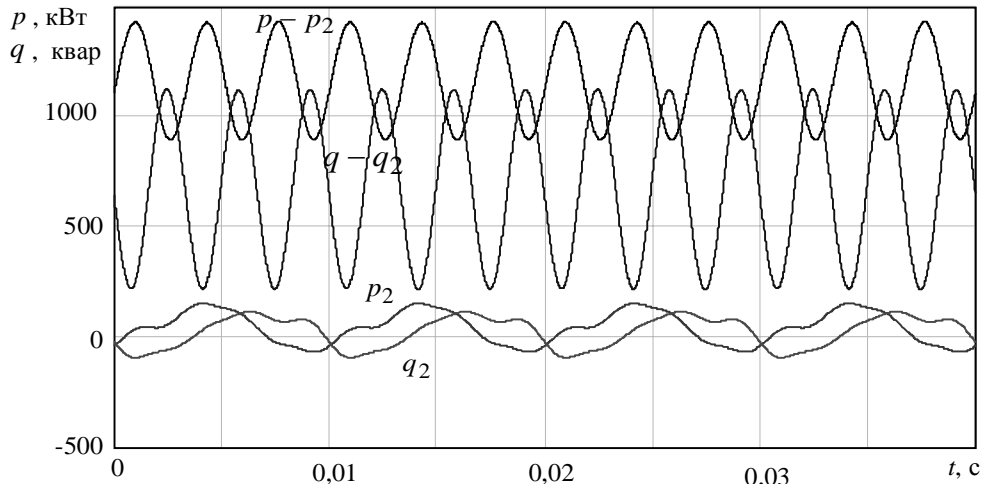


Рис. 3. Залежності миттєвих величин активної та реактивної потужності у випадку несиметрії та несинусоїдності напруг і струмів

Складники потужності небалансу, зумовлені несиметрією напруг і струмів, представимо миттєвими умовними потужностями зворотної послідовності [1, 2]:

$$p_2 = u'_\alpha i'_\alpha - u'_\beta i'_\beta; \quad q_2 = u'_\alpha i'_\alpha + u'_\beta i'_\beta, \quad (6)$$

де  $u'_\alpha, u'_\beta, i'_\alpha, i'_\beta$  – миттєві напруги та струми в системі  $\alpha\beta$ -координат;  $u'_\alpha, u'_\beta; i'_\alpha, i'_\beta$  – миттєві напруги та струми зсунуті на  $-90$  ел. градусів.

Несинусоїдний характер потужностей  $p_2, q_2$  (див. рис. 3) свідчить про наявність складних комбінацій, які зумовлені взаємним впливом основної та вищих гармонік різних послідовностей.

Умовні активна та реактивна потужності зворотної послідовності визначаються за допомогою інтегрування відповідних миттєвих потужностей на періоді  $T$  напруги живлення

$$P_2 = \frac{1}{T} \int_0^T p_2(t) dt; \quad Q_2 = \frac{1}{T} \int_0^T q_2(t) dt. \quad (7)$$

Усередненні величини активної та реактивної потужностей за формулами (1) для наведеного прикладу становлять  $P = 1207$  кВт,  $Q = 697$  квар, а усередненні умовні потужності зворотної послідовності за формулами (7) –  $P_2 = 42$  квар,  $Q_2 = 24$  квар.

Неактивна пульсуюча потужність  $\epsilon$ , по суті, потужністю спотворення. Пульсуючу потужність можна визначити як суму потужностей несиметрії та несинусоїдності:

$$s_p = (p - P) - (p_2 - P_2); \quad s_q = (q - Q) - (q_2 - Q_2). \quad (8)$$

На рис. 3 показані залежності  $p - p_2, q - q_2$ , коливання яких викликані лише несинусоїдністю. Коливання складових потужностей, у даному випадку, містять переважно гармоніку потужності частота якої в шість разів більша, ніж частота напруги мережі. Це можна пояснити взаємним впливом прямої гармоніки з п'ятою та сьомою гармоніками [7, 9].

Складові комплексної потужності спотворення визначаються за допомогою інтегрування шостої гармоніки миттєвих потужностей спотворення на періоді  $T$  напруги живлення

$$\operatorname{Re} S_{p,6} = \frac{1}{T} \int_0^T s_p(t) \sin 6\omega t dt; \quad \operatorname{Im} S_{p,6} = \frac{1}{T} \int_0^T s_p(t) \cos 6\omega t dt; \quad (9)$$

$$\operatorname{Re} S_{q,6} = \frac{1}{T} \int_0^T s_q(t) \sin 6\omega t dt; \quad \operatorname{Im} S_{q,6} = \frac{1}{T} \int_0^T s_q(t) \cos 6\omega t dt. \quad (10)$$

Ці вирази можна рекомендувати для вимірювання потужності спотворення.

Комплексні значення потужності спотворення, які визначені за миттєвими значеннями шостої гармоніки напруги, становлять:  $\underline{S}_{p,6} = 260 - j68$  кВ·А,  $\underline{S}_{q,6} = -450 - j39$  кВ·А.

З іншої сторони, комплексні значення потужності спотворення можна визначити як векторний добуток векторів комплексних напруг і струмів окремих послідовностей, розмірність

яких залежить від кількості врахованих гармонік. За допомогою комп'ютерного моделювання встановлено, що у випадку врахування комбінаційних складових, що зумовлені першою, п'ятою та сьомою гармоніками прямої послідовності, комплексні значення потужності спотворення визначаються з таких виразів:

$$\underline{S}_{p,6} \approx 3\text{Im} \left[ \left( \dot{U}_{11}^* I_{15} - \dot{U}_{15}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{11}^* I_{17} - \dot{U}_{17}^* I_{11} \right) \right] +$$

$$+ j3\text{Re} \left[ - \left( \dot{U}_{11}^* I_{15} + \dot{U}_{15}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{11}^* I_{17} + \dot{U}_{17}^* I_{11} \right) \right];$$

$$\underline{S}_{q,6} \approx -3\text{Re} \left[ \left( \dot{U}_{11}^* I_{15} - \dot{U}_{15}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{11}^* I_{17} - \dot{U}_{17}^* I_{11} \right) \right] +$$

$$+ j3\text{Im} \left[ - \left( \dot{U}_{11}^* I_{15} + \dot{U}_{15}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{11}^* I_{17} + \dot{U}_{17}^* I_{11} \right) \right],$$

де  $\dot{U}_{ij}$  – комплекс напруги;  $\dot{I}_{ij}$  – спряжений комплекс струму;  $i$  – номер послідовності (для прямої послідовності  $i = I$ );  $j$  – номер гармоніки.

Розраховані за формулами (11) – (12) комплексні значення потужності спотворення відповідно будуть:  $\underline{S}_{p,6} \approx 268 - j69$  кВ·А,  $\underline{S}_{q,6} \approx -465 - j40$  кВ·А. Відмінність величин потужності спотворення, які визначені за миттєвими значеннями та розрахованими за комплексними значеннями пояснюється нехтуванням напругами та струмами зворотної послідовності. У випадку їх врахування, вирази (11), (12) набудуть вигляду

$$\underline{S}_{p,6} \approx 3\text{Im} \left[ \left( \dot{U}_{11}^* I_{15} - \dot{U}_{15}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{11}^* I_{17} - \dot{U}_{17}^* I_{11} \right) - \left( \dot{U}_{11}^* I_{25} - \dot{U}_{25}^* I_{11} \right) - \right.$$

$$\left. - \left( \dot{U}_{11}^* I_{27} - \dot{U}_{27}^* I_{11} \right) - \left( \dot{U}_{21}^* I_{15} - \dot{U}_{15}^* I_{21} \right) - \left( \dot{U}_{21}^* I_{17} - \dot{U}_{17}^* I_{21} \right) \right] +$$

$$+ j3\text{Re} \left[ - \left( \dot{U}_{11}^* I_{15} + \dot{U}_{15}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{11}^* I_{17} + \dot{U}_{17}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{11}^* I_{25} + \dot{U}_{25}^* I_{11} \right) - \right.$$

$$\left. - \left( \dot{U}_{11}^* I_{27} + \dot{U}_{27}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{21}^* I_{15} + \dot{U}_{15}^* I_{21} \right) - \left( \dot{U}_{21}^* I_{17} + \dot{U}_{17}^* I_{21} \right) \right];$$

$$\underline{S}_{q,6} \approx -3\text{Re} \left[ \left( \dot{U}_{11}^* I_{15} - \dot{U}_{15}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{11}^* I_{17} - \dot{U}_{17}^* I_{11} \right) - \left( \dot{U}_{11}^* I_{25} - \dot{U}_{25}^* I_{11} \right) - \right.$$

$$\left. - \left( \dot{U}_{11}^* I_{27} - \dot{U}_{27}^* I_{11} \right) - \left( \dot{U}_{21}^* I_{15} - \dot{U}_{15}^* I_{21} \right) - \left( \dot{U}_{21}^* I_{17} - \dot{U}_{17}^* I_{21} \right) \right] +$$

$$+ j3\text{Im} \left[ - \left( \dot{U}_{11}^* I_{15} + \dot{U}_{15}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{11}^* I_{17} + \dot{U}_{17}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{11}^* I_{25} + \dot{U}_{25}^* I_{11} \right) - \right.$$

$$\left. - \left( \dot{U}_{11}^* I_{27} + \dot{U}_{27}^* I_{11} \right) + \left( \dot{U}_{21}^* I_{15} + \dot{U}_{15}^* I_{21} \right) - \left( \dot{U}_{21}^* I_{17} + \dot{U}_{17}^* I_{21} \right) \right].$$

Визначені за формулами (13) і (14) комплексні значення потужності спотворення становлять  $\underline{S}_{p,6} \approx 259 - j67$  кВ·А,  $\underline{S}_{q,6} \approx -449 - j39$  кВ·А. Отримані результати практично співпадають з результатами інтегрування за формулами (9) та (10) миттєвих потужностей.

Для випадку, що розглядається, коливання складників активної та реактивної потужностей від несинусоїдності, мають незначний вміст дванадцятої гармоніки. Комплексні значення потужності спотворення, визначені за миттєвими значеннями на частоті дванадцятої гармоніки напруги, становлять:  $\underline{S}_{p,12} = -0,8 + j7,5$  кВ·А,  $\underline{S}_{q,12} = 1,4 + j4,3$  кВ·А.

Ці ж комплексні значення потужності спотворення, які визначаються як векторний добуток векторів комплексних напруг і струмів, що зумовлені п'ятою та сьомою гармоніками прямої та зворотної послідовностей:

$$\underline{S}_{p,12} \approx 3 \operatorname{Im} \left[ \left( \dot{U}_{17}^* I_{15} - \dot{U}_{15}^* I_{17} \right) - \left( \dot{U}_{27}^* I_{25} - \dot{U}_{25}^* I_{27} \right) \right] +$$

$$+ j3 \operatorname{Re} \left[ - \left( \dot{U}_{17}^* I_{15} + \dot{U}_{15}^* I_{17} \right) + \left( \dot{U}_{27}^* I_{25} + \dot{U}_{25}^* I_{27} \right) \right]; \quad (15)$$

$$\underline{S}_{q,12} \approx -3 \operatorname{Re} \left[ \left( \dot{U}_{17}^* I_{15} - \dot{U}_{15}^* I_{17} \right) - \left( \dot{U}_{27}^* I_{25} - \dot{U}_{25}^* I_{27} \right) \right] +$$

$$+ j3 \operatorname{Im} \left[ - \left( \dot{U}_{17}^* I_{15} + \dot{U}_{15}^* I_{17} \right) + \left( \dot{U}_{27}^* I_{25} + \dot{U}_{25}^* I_{27} \right) \right], \quad (16)$$

будуть:  $\underline{S}_{p,12} = -0,8 + j8,3 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ ,  $\underline{S}_{q,12} = 1,4 + j4,8 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ . Отримані результати практично збігаються.

Таким чином, для визначення потужності спотворення можна використовувати одну гармонічну складову пульсацій активної та реактивної миттєвих потужностей. Для випадку, що розглядається, вимірювання достатньо виконувати на шостій гармоніці напруги живлення.

**Висновки.** Встановлено, що в несиметричних несинусоїдних режимах електричних мереж пульсуюча потужність складається з потужності небалансу та потужності спотворення. Складники, що зумовлені несиметрією, представлено миттєвими умовними потужностями зворотної послідовності. Миттєві потужності, що зумовлені несинусоїдністю, визначено як різницю неактивної пульсуючої потужності та миттєвої умовної потужності зворотної послідовності. Отримано вирази для визначення комплексних значень потужності спотворення рекомендується використовувати для вимірювання. Отримано вирази для визначення комплексних значень потужності спотворення як векторного добутку векторів комплексних напруг і струмів окремих послідовностей з урахуванням комбінаційних складників, зумовлені першою, п'ятою та сьомою гармоніками прямої та зворотної послідовностей.

1. Бурбело М. Й. Вимірювання параметрів несиметричних швидкозмінних трифазних навантажень / М. Й. Бурбело, С. М. Мельничук, М. В. Никитенко // Технічна електродинаміка. – 2011. – № 2. – С. 54–56.
2. Бурбело М. Й. Визначення потужностей за несиметричних режимів трифазних мереж із заземленою нейтраллю / М. Й. Бурбело, С. М. Мельничук // Технічна електродинаміка. – 2015. – № 4. – С. 71–75.
3. Мельников Н. А. Реактивная мощность в электрических сетях / Н. А. Мельников. – М.: Энергия, 1975. – 128 с.
4. Мощность переменного тока / А. Ф. Крогерис, К. К. Рашевиц, Э. П. Трейманис, Я. К. Шинка. – Рига: Физ.-энерг. инст. Латв.АН, 1993. – 294 с.
5. Шидловский А. К. Повышение качества энергии в электрических сетях / А. К. Шидловский, В. Г. Кузнецов. – К.: Наукова думка, 1985. – 268 с.
6. Akagi H. Instantaneous power theory and applications to power conditioning / H. Akagi, E. H. Watanabe, M. Aredes. – IEEE Press / Willy-Interscience, 2007. – 379 p.
7. Czarnecki L. S. Constraints of the Instantaneous Reactive Power p-q Theory / L. S. Czarnecki // IET Power Electronics. – 2014. – Vol. 7. – No 9. – pp. 2201–2208.
8. Watanabe, E. H. New Concepts of Instantaneous Active and Reactive Powers in Electrical Systems with Generic Loads / E. H. Watanabe, R. M. Stephan and M. Aredes // IEEE Trans. Power Delivery. – Vol. 8. – No. 2, Apr. – pp. 697–703.
9. Watanabe E. H. The p-q theory for active filter control: some problems and solutions / E. H. Watanabe, M. Aredes, H. Akagi // Revista Controle & Automacao. – Vol.15. – No.1/Jan., Fev. end Marco. – 2004. – pp. 78–84.
10. Бурбело М. Й. Визначення потужностей нелінійних навантажень трифазних електричних мереж / М. Й. Бурбело, А. В. Гадай // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – 2016. – № 24-25. – С. 61-67.