

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЛУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

ЛАВРЕНЧУК СВІТЛАНА ВАСИЛІВНА



УДК 539.3

**РОЗРАХУНОК НАПРУЖЕНЬ БІЛЯ ШТАМПІВ, ОТВОРІВ ТА
ТРИЩИН У КОМПОЗИТНИХ ПЛАСТИНЧАТИХ ЕЛЕМЕНТАХ
КОНСТРУКЦІЙ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

ЛУЦЬК – 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Луцькому національному технічному університеті Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Максимович Олеся Володимирівна,
Луцький національний технічний університет
МОН України,
завідувач кафедри технічної механіки,
м. Луцьк.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Кундрат Микола Михайлович,
Національний університет водного господарства
та природокористування МОН України,
професор кафедри мостів і тунелів, опору матеріалів і
будівельної механіки,
м. Рівне;

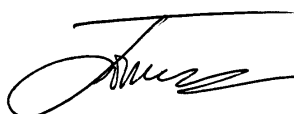
доктор фізико-математичних наук, професор
Мартиняк Ростислав Михайлович,
Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України,
завідувач відділу математичних проблем контактної механіки,
м. Львів.

Захист відбудеться **“04” квітня 2017 р.** о **14** годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 32.075.01 у Луцькому національному технічному університеті МОН України за адресою: 43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Луцького національного технічного університету МОН України (43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75).

Автореферат розіслано “03” березня 2017 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
кандидат технічних наук, доцент



О.Г. Бондарський

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Сучасні композитні матеріали мають високі механічні й міцнісні характеристики, стійкі до агресивних середовищ. Тому вони широко застосовуються як елементи конструкцій та деталі машин у різних галузях промисловості (в автомобілебудуванні, літакобудуванні, суднобудуванні, хімічній промисловості). Композитні деталі машин та елементи конструкцій часто перебувають в умовах контактної взаємодії. Ці елементи конструкцій можуть містити отвори чи тріщиноподібні дефекти. Для розрахунків на міцність таких композитів необхідно дослідити їх напружений стан за врахування дефектів та умов навантаження.

Задача визначення напружень біля отворів та тріщин у конструкціях за дії штампів належить до типу змішаних. У загальному випадку необхідно одночасно знаходити наперед невідомі ділянки контакту під штампом та на берегах розміщених біля нього тріщин. Тому розглядувана задача в літературі залишається недостатньо вивченою не тільки для композитів, а й для ізотропних матеріалів.

Контактні задачі для ізотропних та анізотропних тіл без дефектів добре вивчені в літературі. Значний вклад в розвиток таких задач внесли Л.О. Галін, В.С. Гудрамович, М.М. Бородачов, Д.В. Грилицький, В.І. Моссаковський, М.І. Мухелішвілі, І.Я. Штаерман, K.L. Johnson та ін.

Контактні задачі для ізотропної півплощини з отворами розглядались у роботах С.О. Калоєрова, С.А. Vrebbia. При розв'язуванні контактних задач для тіл із тріщинами часто дію штампа враховують шляхом задання контактної тиску за розподілом Герца. У працях В.В. Панасюка, О.П. Дацишин та їх співавторів на базі такого підходу та методу сингулярних інтегральних рівнянь виконано дослідження процесу підростання тріщин біля штампів. У більш строгій постановці контактна задача для плоского гладкого штампа, що втискається в ізотропну півплощину, за врахування контакту берегів тріщин, розглянута в роботах О.П. Дацишин. Дію параболічного штампа на півплощину з крайовою тріщиною (береги якої не контактують), за врахування тертя в області контакту розглянуто М.П. Савруком.

Для визначення напружень в анізотропних тілах з отворами й тріщинами, як правило, використовують числові методи. Значний вклад в розвиток таких методів внесли О.Е. Андрейків, В.В. Божидарнік, Л.Т. Бережницький, О.М. Гузь, М.М. Кундрат, О.С. Космодам'янський, С.Г. Лехніцький, В.В. Лобода, Т.Л. Мартинович, Г.Т. Сулим, В.Н. Максименко, А.О. Сяський, А.Ф. Улітко, Л.А. Фільштинський, В.І. Шваб'юк, С. Atkinson, F. Erdogan, G.R. Irwin, G.C. Sih, R.M. Jones та інші.

Для тріщин, які перебувають в областях дії напружень стиску, необхідно враховувати контакт їх берегів. Методи розв'язування таких задач для ізотропних матеріалів побудовано у роботах О.М. Гузя, Р.М. Мартиняка, В.І. Моссаковського, Г.С. Кіта, В.В. Панасюка, О.П. Дацишин, Г.П. Саврука, та для анізотропних матеріалів у роботах Л.А. Фільштинського, О.В. Максимович, Е.А. Стрельнікової.

Тому актуальним є завдання розробки методик визначення напружень в анізотропних елементах конструкцій, що містять дефекти і взаємодіють зі штампами та використання їх у розрахунках на контактну міцність композитів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалася у рамках науково-дослідних робіт Луцького НТУ: "Розробка критеріїв руйнування та методик розрахунків на міцність і довговічність композитних

елементів конструкцій із тріщинами” № д/р 0113U000334 (2013–2015 рр), “Дослідження напружено-деформованого стану сталевібробетонних конструкцій, удосконалення методики оцінки надійності та технології їх виготовлення” № д/р 0115U002205 (2015–2016 рр), де автор був виконавцем.

Мета роботи – розробка підходу до розрахунку концентрації напружень біля штампів, отворів та тріщин в анізотропній півплощині за врахування тертя, контакту берегів тріщин та створення на цій основі методик розрахунку граничних навантажень для композитних елементів конструкцій за їх взаємодії із штампами.

Досягнення мети передбачає розв’язання таких задач:

- розробити числовий підхід до дослідження контактних задач для анізотропної півплощини з отворами й тріщинами за врахування тертя під штампом та взаємодії берегів тріщин, який базується на методі інтегральних рівнянь;
- побудувати алгоритм розв’язування отриманих інтегральних рівнянь на основі методу механічних квадратур із додатковим застосуванням методів оптимізації для знаходження невідомих областей контакту;
- запропонувати й обґрунтувати інженерні підходи до дослідження концентрації напружень біля отворів і тріщин у композитній півплощині, що взаємодіє із штампом;
- розробити методики розрахунку на міцність композитних пластинчатих елементів конструкцій з отворами й тріщинами при їх взаємодії зі штампами;
- виконати дослідження впливу умов навантаження, механічних характеристик, тертя, взаємодії берегів тріщин на концентрацію напружень біля штампів, отворів і тріщин та застосувати їх до задач, які виникають в інженерній практиці.

Об’єкт дослідження – композитні елементи конструкцій з отворами й тріщинами, які взаємодіють із штампами.

Предмет дослідження – методи оцінки міцності композитних пластинчатих елементів конструкцій з отворами й тріщинами, які взаємодіють із штампами.

Методи дослідження – теоретичні дослідження проводились на основі сучасних методів механіки деформівного твердого анізотропного тіла; методу граничних інтегральних рівнянь та числових методів їх розв’язування; апробованих в літературі критеріїв міцності для композитних матеріалів; з використанням сучасного програмного забезпечення та комп’ютерної техніки, що забезпечило високу точність і достовірність результатів досліджень.

Наукова новизна роботи полягає в тому, що:

- побудовано модифіковані інтегральні рівняння контактної задачі для багатозв’язної анізотропної півплощини з тріщинами, в яких задані умови на межі півплощини, у тому числі під штампом, задовольняються тотожно;
- розроблено числовий підхід до розв’язування отриманих інтегральних рівнянь на основі методу механічних квадратур, в якому враховано контакт берегів тріщин;
- побудовано методику розрахунку напружень під штампом, біля отворів та тріщин за врахування тертя, взаємодії берегів тріщин, на основі якої виконано дослідження впливу анізотропії на напружений стан композитів;
- обґрунтовано інженерний підхід до дослідження концентрації напружень біля отворів і тріщин у композитній півплощині, що взаємодіє зі штампом;
- розроблено методику розрахунку на міцність композитних пластинчатих елементів конструкцій з отворами, які взаємодіють зі штампами різної форми.

Достовірність отриманих результатів забезпечується строгістю та коректністю математичних постановок задач із використанням основних положень механіки деформівного твердого тіла; коректним застосуванням апробованого в літературі квадратного методу для розв'язування інтегральних рівнянь; узгодженням одержаних результатів для часткових випадків із відомими у науковій літературі даними; порівнянням результатів розв'язування низки тестових задач паралельно різними методами.

Теоретичне значення роботи полягає у: створенні методик розрахунку напруженого стану композитних елементів конструкцій з отворами й тріщинами при їх контакті зі штампами за врахування тертя та контакту берегів тріщин; розробці методик розрахунку на контактну міцність композитів із дефектами.

Практичне значення одержаних результатів. Запропонована методика може бути використана в розрахунках на контактну міцність композитних елементів конструкцій і деталей машин за врахування тертя та отворів; в розрахунках граничної рівноваги композитних матеріалів із тріщинами при їх навантаженні штампами.

Отримані результати досліджень впроваджено на ПрАТ “Львівський локомотиворемонтний завод”, АТ “АК “Богдан моторс” (м. Луцьк) та ПАТ “Електротермометрія” (м. Луцьк). Матеріали роботи також використовуються в навчальному процесі Луцького НТУ.

Публікації. Результати дисертації опубліковані у 8 наукових працях, з них 6 статей у наукових фахових виданнях України з технічних наук [1, 3–7], з яких праця [6] індексується в міжнародних наукометричних базах даних (Universal Impact Factor, Open Academic Journals Index, Index Copernicus). Крім цього опубліковано статтю [2] за кордоном (м. Люблін, Польща) та монографію [8].

Особистий внесок здобувача. Основна частина ідей, теоретичних та практичних розробок дисертаційної роботи належить здобувачу особисто.

Праці [2, 5] виконані автором одноосібно. У роботах, опублікованих у співавторстві, науковому керівнику [2, 4, 6, 7] належить постановка задач, алгоритм розв'язування інтегральних рівнянь, участь в обговоренні числових результатів. Іншим співавторам належить: О.В. Іллюшину [2] та Т.Я. Соляр [7] участь у розробці числового алгоритму розв'язування інтегральних рівнянь; А.Ю. Коцюбі [1, 8] та В.М. Максимовичу [8] належить числово-аналітична методика розв'язування контактних задач для ізотропної півплощини зі штампами складної форми. Авторів у праці [8] належить участь у побудові умов контакту, програмуванні алгоритмів розв'язування задач квадратичного програмування та в обговоренні одержаних числових результатів.

Апробація результатів дисертації. Окремі матеріали дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на наукових конференціях професорсько-викладацького складу Луцького НТУ (2008–2016 р.р.); II Міжнародній науково-практичній конференції “Теоретичні і експериментальні дослідження в технологіях сучасного матеріалознавства та машинобудування” (2009 р.); Міжнародній науково-практичній конференції “Комп'ютерно-інтегровані технології у виробництві та освіті” (2010 р.); II Міжнародному симпозиумі “Сучасні проблеми інженерної механіки” (2011 р.); II Міжнародній науково-практичній виставці-конференції молодих учених та студентів “Інновації у будівництві” (2016 р.).

У повному обсязі результати дисертаційного дослідження доповідалися на об'єднаному науковому семінарі кафедр технічної механіки, вищої математики та комп'ютер-

ної інженерії Луцького національного технічного університету МОН України (керівник – д.т.н., проф. Шваб'юк В.І.); міжвузівському науковому семінарі кафедри обчислювальної механіки і міцності конструкцій “Актуальні проблеми механіки деформівних тіл і конструкцій” при Придніпровському науковому центрі та науковій раді з механіки деформівного твердого тіла НАН України (керівники – чл.-кор. НАН України, д.т.н., проф. Гудрамович В.С., д.т.н., проф. Дзюба А.П.); науковому семінарі відділу математичних проблем контактної механіки Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України (керівник – Мартиняк Р.М.).

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел і чотирьох додатків; містить 108 рисунків та 18 таблиць. Загальний обсяг роботи становить 178 сторінок машинописного тексту. Бібліографія нараховує 195 найменувань і займає 21 сторінку.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовано мету і задачі досліджень, вказано методи розв'язування поставлених задач, показано наукову новизну отриманих результатів, їх теоретичне і практичне значення, наведено дані про апробацію результатів роботи і опубліковані праці за темою дисертації.

У першому розділі здійснено огляд наукових досліджень за темою дисертації та проаналізовано сучасний стан проблеми. Наведено також основні рівняння плоскої задачі теорії пружності для анізотропного тіла.

У другому розділі розроблено підхід до дослідження контактних задач для ортотропної півплощини з отворами й тріщинами за врахування взаємодії берегів тріщин. Визначення напружено-деформованого стану (НДС) проведено на основі модифікованих інтегральних рівнянь, за яких умови на межі півплощини, у тому числі й під штампом (гладким), задовольняються тотожно.

Прийнято, що ортотропна півплощина $y < 0$ послаблена отворами, межі яких лежать на кривих L_j , $j = \overline{1, J}$, вільними від навантаження. Межа півплощини контактує при $c < x < d$ із гладким штампом довільної форми. Інтегральні зображення для потенціалів Лехніцького Φ , Ψ вибрано у відомому в літературі вигляді:

$$\begin{aligned}\Phi(z_1) &= \int \left[\Phi_1^D(z_1, T)u'(s) + \Phi_2^D(z_1, T)v'(s) \right] ds + \Phi_D(z_1), \\ \Psi(z_2) &= \int \left[\Psi_1^D(z_2, T)u'(s) + \Psi_2^D(z_2, T)v'(s) \right] ds + \Psi_D(z_2),\end{aligned}\quad (1)$$

де $L = L_1 + \dots + L_J$, u' , v' – похідні від переміщень на межі отвору за дуговою координатою s , T – точка (ξ, η) на контурі L , за якою проводиться інтегрування, $z_j = x + s_j y$, s_j – корені характеристичного рівняння, які залежать від пружних сталих композиту, Φ_D , Ψ_D – потенціали Лехніцького для суцільної півплощини, що перебуває під дією штампа, Φ_j^D , Ψ_j^D – розв'язки типу Гріна, $j = 1, 2$.

За розв'язки типу Гріна для розглянутої задачі прийнято потенціали Лехніцького, що мають полюси в довільній точці (x_0, y_0)

$$\Phi_j^D(z_1) \sim \frac{A_j}{z_1 - z_{1,0}}, \quad \Psi_j^D(z_2) \sim \frac{B_j}{z_2 - z_{2,0}},$$

коли під штампом (у області L_u) похідна від переміщень $v' = \varepsilon$ та $\tau_{xy} = 0$, поза штампом (в області L_σ) межа не навантажена, головний вектор та момент сил, прикладених до штампа дорівнюють нулю (із цієї умови визначається стала ε – поворот штампа), де A_j, B_j – відомі комплексні сталі, $z_{j,0} = x_0 + s_j y_0$, причому $\text{Im } z_{j,0} < 0, j = 1, 2$. Ці потенціали отримано у вигляді

$$\Phi_j^D = -(\Phi)_{A=A_j, B=B_j}, \Psi_j^D = -(\Psi)_{A=A_j, B=B_j}, j = \overline{1, 2}, \quad (2)$$

де

$$\Phi(z) = \frac{U_0(z) - \overline{U_0(z)}}{s_1 - s_2} - \frac{s_2}{s_1 - s_2} \left[\frac{S_0(z) - \overline{S_0(z)}}{X(z)} + F_A(z) \right],$$

$$\Psi(z) = -\frac{U_0(z) - \overline{U_0(z)}}{s_1 - s_2} + \frac{s_1}{s_1 - s_2} \left[\frac{S_0(z) - \overline{S_0(z)}}{X(z)} + F_A(z) \right];$$

$$U_0(z) = \frac{s_1 A}{z - z_{1,0}} + \frac{s_2 B}{z - z_{2,0}}, S_0(z) = \frac{AX(z_{1,0})}{z - z_{1,0}} + \frac{BX(z_{2,0})}{z - z_{2,0}}, X(z) = \sqrt{(z - c)(z - d)},$$

$$F_A(z) = \frac{4i}{l^2} \left(1 - \frac{z - x_c}{X(z)} \right) \text{Im} [Aw_0(z_{1,0}) + Bw_0(z_{2,0})], w_0(z) = X(z) - z, x_c = \frac{c + d}{2}.$$

Підставивши формули (1) у граничні умови на межі отвору, отримано інтегральне рівняння для визначення невідомих функцій u' та v' на межі отвору. Інтегральні рівняння, які є сингулярними, розв'язано за допомогою методу механічних квадратур. У розробленому підході враховано наявність власних розв'язків у отриманих інтегральних рівняннях.

На основі побудованого алгоритму проведено дослідження концентрації напружень біля отворів різної форми та гладкого штампа в ортотропній півплощині.

Розглянуто півплощину з круговим отвором, яка перебуває під дією плоского штампа при $-a < x < a$ (рис. 1с).

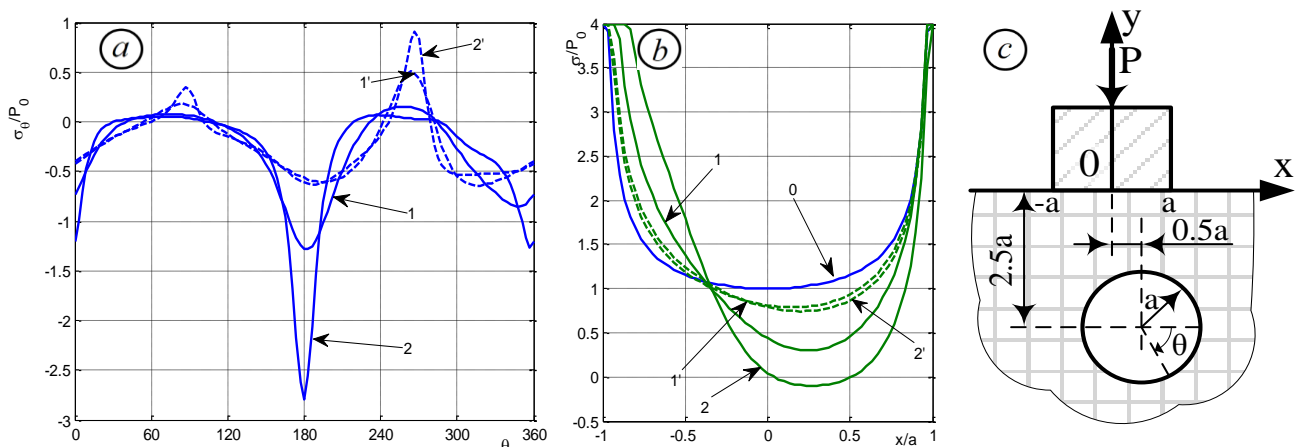


Рис. 1. Відносні напруження на межі кругового отвору (а), контактний тиск (б) та схема задачі (с)

Розподіл віднесених до величини $P_0 = P/a$ кільцевих напружень σ_0 на межі отвору залежно від кутової координати θ , яку відлічуємо від самої правої точки межі

отвору за годинниковою стрілкою (рис. 1с), наведено на рис. 1а. Тут P – сила, прикладена до штамп, суцільним кривим відповідають напруження у скло-епоксидній (крива 1) та бор-епоксидній (крива 2) пластинках за їх армування у вертикальному напрямку, а кривим $1'$ та $2'$ – у горизонтальному напрямку (для скло-епоксидного матеріалу відношення максимального модуля пружності до мінімального рівне $W = 3$, а для бор-епоксидного – $W = 11$). На рис. 1b наведено контактний тиск під штампом, віднесений до величини p_0 ($p_0 = P/\pi a$), де кривій 0 відповідає тиск у суцільній півплощині.

Аналогічні розрахунки виконано для отворів квадратної форми із вершинами, закругленими дугами кола; при різних розміщеннях кругових отворів та для системи кругових отворів.

Розглянуто задачу визначення напружень у півплощині з отвором, яка перебуває під дією параболічного штамп з радіусом закруглення у вершині R . Для визначення напружень виходили з інтегрального зображення (1), в якому функції Φ_D , Ψ_D є потенціалами Лехніцького для контактної задачі для суцільної півплощини, навантаженої параболічним штампом. При розв'язуванні цієї задачі необхідно додатково визначити межі області контакту c і d . Ця задача зведена до добре вивченої задачі про пошук мінімуму функції, яка сформована на розв'язках відповідних інтегральних рівнянь.

Розрахунки проведені для отворів різної форми. Розглянуто квадратний отвір із стороною a , вершини якого закруглені дугами кола радіуса $r = 0.5a$ (рис. 2с).

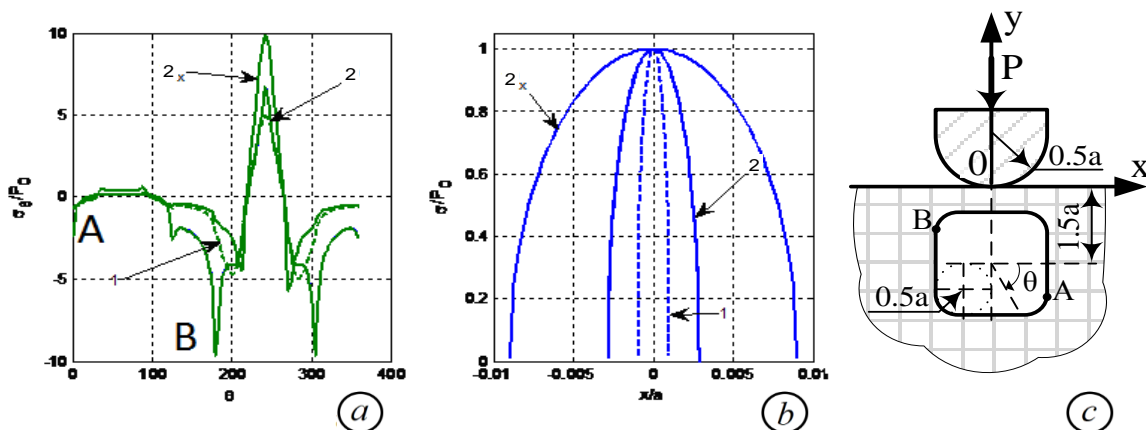


Рис. 2. Напруження на межі квадратного отвору з закругленими вершинами (а), контактний тиск (б) під штампом та схема задачі (с)

Віднесені до P_0 напруження на межі отвору при $p_0 = 200$ МПа наведено на рис. 2а. Тут p_0 – максимальний тиск під штампом, який виникає у півплощині без отвору (при цьому $P = 0.5\pi p_0^2 \mu R$, де μ визначається через пружні сталі матеріалу). На рис. 2а вказано точки А і В з межі отвору, зображеного на рис. 2с. Кривим 1 відповідає випадок ізотропного матеріалу, кривим 2 – матеріал бор-епоксид, коли $E_y > E_x$ (тут і далі E_x і E_y – модулі пружності в напрямку осей Ox і Oy відповідно). Кривими 2_x зображено аналогічні результати для цього ж матеріалу при $E_y < E_x$. Віднесений до величини p_0 тиск під штампом наведено на рис. 2б.

Встановлено, що при малих радіусах закруглення основи штамп ($R/a < 1$) отвір практично не впливає на контактні напруження. Напруження біля отвору в таких ви-

падках можуть бути знайдені на основі простішої першої основної задачі для півплощини з отвором, до межі якої прикладені зусилля, які виникають під штампом у суцільній півплощині.

При великих радіусах закруглення основи штампа розподіл контактних напружень у півплощині з отвором має складний характер та істотно відрізняється від напружень у суцільній півплощині. Максимальні контактні напруження досягаються на деякій відстані від центру штампа, причому вони найбільші для композитного матеріалу з $E_y > E_x$. При симетричному розміщенні отвору відносно штампа: максимальні стискувальні напруження біля нього виникають для композитного матеріалу з $E_y > E_x$, в іншому випадку ортотропії ці напруження біля отвору будуть найменшими. Максимальні розтягувальні напруження на межі отвору виникають для ізотропного матеріалу, а для композитних матеріалів ці напруження значно менші за величиною.

Розглянуто анізотропну півплощину $y < 0$, послаблену тріщинами, які лежать на кривих L_j , $j = \overline{1, J}$; прикладені до протилежних берегів тріщин зусилля поза ділянками контакту є однаковими й дорівнюють (X_T, Y_T) на лівому березі відносно вибраного обходу. Інтегральне зображення для комплексних потенціалів Лехніцького вибрано у вигляді, який запропоновано В.В. Божидарніком В.В. та О.В. Максимович

$$\begin{aligned}\Phi(z_1) &= \int_L \left[\Phi_1^D(z_1, T) g_1'(s) + \Phi_2^D(z_1, T) g_2'(s) \right] ds + \Phi_D(z_1), \\ \Psi(z_2) &= \int_L \left[\Psi_1^D(z_2, T) g_1'(s) + \Psi_2^D(z_2, T) g_2'(s) \right] ds + \Psi_D(z_2),\end{aligned}\quad (3)$$

де $g_1 = u^+ - u^-$, $g_2 = v^+ - v^-$, u^\pm , v^\pm – значення переміщень на розрізі зліва і справа відносно вибраного напрямку інтегрування, $L = L_1 + \dots + L_J$.

Після підстановки потенціалів (3) в формули для визначення напружень на берегах тріщини записано інтегральні рівняння відносно невідомих похідних стрибків переміщень на берегах тріщин. Розв'язування інтегральних рівнянь проведено чисельно методом механічних квадратур. Врахування контакту берегів тріщин проведено за підходом О.В. Максимович, в якому задача знаходження контактних напружень зведена до задачі квадратичного програмування.

Розглянуто півплощину $y < 0$ з тріщиною, на яку при $y = 0$, $-l < x < l$ втискається без тертя плоский штамп. Прийнято, що тріщина прямолінійна, півдовжина її a , нахилена під кутом α до вісі Ox (рис. 3с). При знаходженні КІН враховано контакт берегів тріщин. Результати розрахунків відносних КІН $F_{II}(B) = K_{II}(B)\sqrt{l}/P\sqrt{\pi}$ для випадку вертикальної тріщини при $a/l = 0.05; 0.25$ у нижній вершині для вуглепластику LU (для якого відношення модулів Юнга $W = 8.9$) наведено на рис. 3а. Тут суцільним кривим відповідають значення $y_b/l = -0.2$, а штриховим – $y_b/l = -0.5$, де y_b – координата верхньої вершини тріщини. Аналогічні результати для верхньої вершини наведено на рис. 3б.

Отримані результати для ізотропного матеріалу практично збігаються із наведеними в літературі даними. За допомогою розробленого алгоритму розглянута також задача, яка виникає на практиці, коли для зупинки тріщин біля вершин висвердлюють отвори. Виконано розрахунки напружень біля таких отворів для ізотропних пластинок.

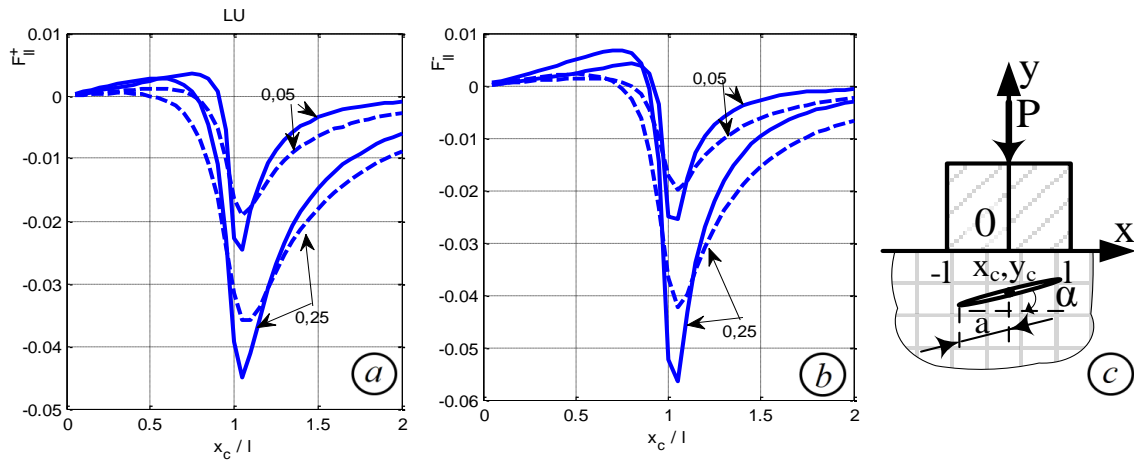


Рис. 3. Відносні КІН. Нижня вершина – (а), верхня – (б), схема задачі (с).

Розглянуто півплощину $y < 0$, послаблену тріщиною, в яку без тертя втискається параболічний штамп з невідомими межами контакту. Розрахунки проведено для випадку прямолінійної тріщини з центром у т. (x_c, y_c) та з півдовжиною l , що нахилена під кутом α до осі Ox ; перед втисканням центр кругового штампа знаходиться в початку координат; момент прикладених сил до штампа відносно цієї точки прийнято рівним нулю (рис. 4с).

Розраховані відносні контактні напруження під штампом $\sigma = a_0 \sigma_y / P$ при відносній довжині $d = l/a_0 = 1$, $x_c = 0$, $y_c/a_0 = -1.1$, кути нахилу тріщини $\alpha = 0^\circ$, для ізотропного матеріалу наведено на рис. 4а кривою 1, де a_0 – півдовжина області контакту у випадку суцільної півплощини. Розміри розрахованої області контакту видно з рисунка. На цьому ж рисунку кривою 2 зображено відносні контактні напруження на берегах тріщини $\sigma_T = a \sigma_n / P$.

Аналогічні результати для тріщини, нахиленої під кутом $\alpha = -60^\circ$, наведено на рис. 4б. Значення відносних КІН F_{II} у вершинах тріщини наведено над графіками, при цьому КІН $K_I = 0$. Для порівняння на рис. 4 кривими 1' та 2' наведено контактні напруження у півплощині, що перебуває під дією герцівського тиску, та відповідні КІН – F_G . Видно, що при несиметричному розміщенні тріщини контактний тиск істотно відрізняється від розподілу Герца, що відповідно суттєво змінює значення КІН.

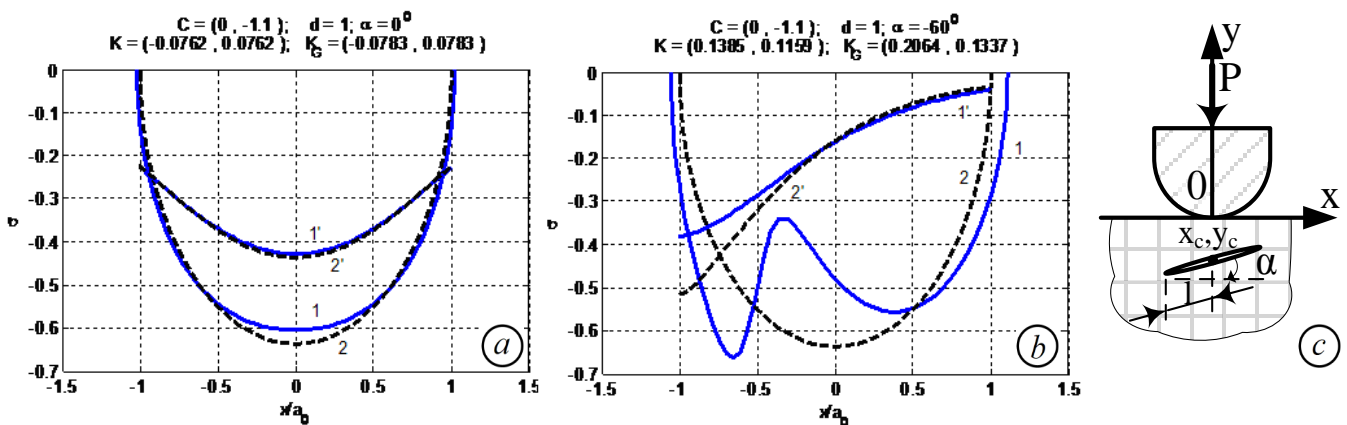


Рис. 4. Відносні контактні напруження та КІН за дії параболічного штампа (а, б) та схема задачі (с)

Розроблена методика визначення граничних зусиль, які можуть бути прикладені до штампа. Використано критерій міцності Гофмана, в якому враховується залежність міцнісних характеристик композитів від напрямку армування та різні значення граничних зусиль за розтягу і стиску. Виконано розрахунки граничних зусиль P_{\max} , які можуть бути прикладені до штампа (при яких починається руйнування біля отвору) при різних відстанях центру отвору від штампа для різних композитів. Граничні значення визначались на основі знайдених чисельно напружень у вузлових точках на межі отвору (≈ 100) з подальшим розв'язуванням відповідних рівнянь, які впливають із критерію міцності. Результати розрахунків відносних допустимих зусиль $P^* = P_{\max}/a$ та розміщення областей на межі отвору (кутів θ), в яких прогнозується початок руйнувань, для скло-епоксидного й бор-епоксидного матеріалів наведено в табл. 1.

Таблиця 1. Граничні відносні зусилля P^* (МПа) та кут θ

	Скло-епоксид				Бор-епоксид			
	$E_y > E_x$		$E_x > E_y$		$E_y > E_x$		$E_x > E_y$	
y_c/a	θ	P_{\max}/a	θ	P_{\max}/a	θ	P_{\max}/a	θ	P_{\max}/a
-2.75	202	162.4	216	203.3	192	462.3	194	496.6
-3	270	158.9	214	225.0	190	491.7		536.0
-4		167.3	210	315.2		603.2	190	690.0
-5		200.7	208	407.2		709.0	188	842.8

Аналогічні розрахунки виконані й для знаходження граничних зусиль з умови міцності області, що розміщена біля штампа.

У третьому розділі розроблено підхід до дослідження контактних задач для півплощини із загальною анізотропією, послабленої отворами й тріщинами за врахування взаємодії берегів тріщин та тертя під штампом.

Прийнято, що прикладені до штампа сила (яка притискає штамп) і момент, дорівнюють P і M . Під штампом має місце тертя, причому тут $\tau_{xy} = k\sigma_y$, де k – коефіцієнт кулонівського тертя (надалі стала величина). Для визначення НДС використано інтегральні зображення (1). Розв'язок типу Гріна для даної задачі, в якому враховано тертя під штампом, отримано у вигляді

$$\Phi(z) = \Phi_1(z) + \Phi_2(z), \quad \Psi(z) = \Psi_1(z) + \Psi_2(z), \quad (4)$$

де функції Φ_1 , Ψ_1 – розв'язки типу Гріна для півплощини з вільною межею (відомі в літературі);

$$\Phi_2(z) = \frac{s_2 + k}{s_2 - s_1} [F_2(z) + F_\varepsilon(z)], \quad \Psi_2(z) = -\frac{s_1 + k}{s_2 - s_1} [F_2(z) + F_\varepsilon(z)],$$

$$F_2(z) = \frac{i}{2\lambda_2 X(z)} [A'w(z, z_{1,0}) + B'w(z, z_{2,0}) + \bar{A}'w(z, \bar{z}_{1,0}) + \bar{B}'w(z, \bar{z}_{2,0})],$$

$w(z, c) = [X(z) - X(c)] / (z - c)$, $X(z) = (z - c)^\rho (z - d)^{1-\rho}$, A' , B' , ρ – сталі, F_ε – функції, які описують напружений стан півплощини, що взаємодіє з плоским штампом.

Інтегральні рівняння для даної задачі отримані із зображень (1), в яких розв'язки типу Гріна Φ_j^D та Ψ_j^D визначаються через функції (4). Досліджено вплив тертя під

штампом на розподіл напружень у півплощині з отворами різної форми. Детально розглянуто півплощину $y < 0$ з такими отворами, в яку при $y = 0$, $-a < x < a$, втискається з тертям плоский штамп. Зокрема, розглянуто скло-епоксидну півплощину, ослаблену круговим отвором при коефіцієнті тертя $k = 0.5$ (рис. 5с). На рис. 5а наведено відносні кільцеві напруження $\sigma = \sigma_0/P_0$ на межі отвору. Кривим 1 відповідає випадок, коли $E_y > E_x$, а кривим 1' – $E_x > E_y$. Для порівняння крапками наведено розподіл відносних напружень при відсутності тертя. Відносний контактний тиск під штампом p/p_0 ($p_0 = P/\pi a$) наведено на рис. 5b. Тут також наведено відносний контактний тиск для випадку суцільної півплощини – крива 0.

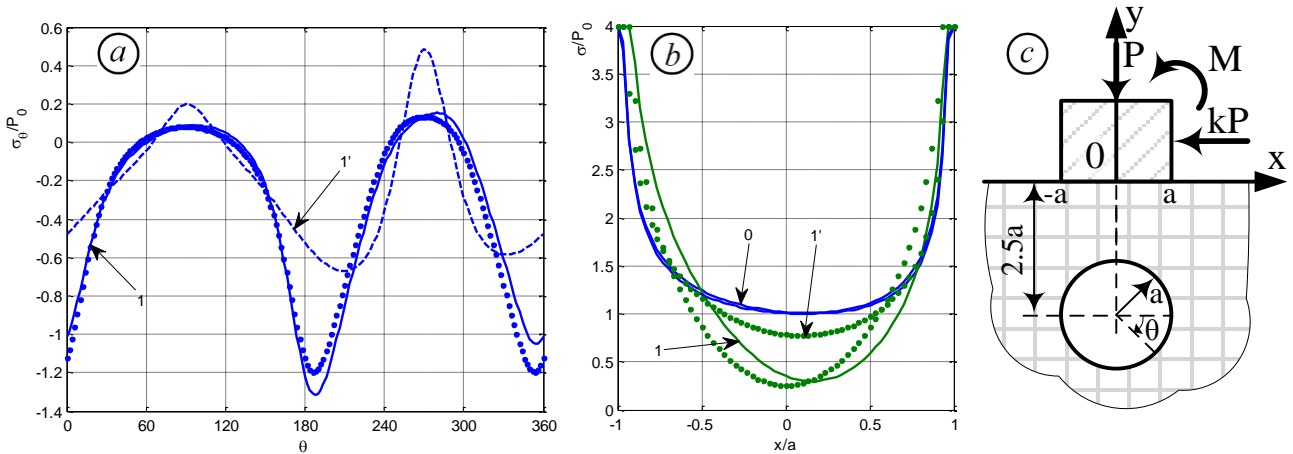


Рис. 5. Відносні напруження на межі отвору (а), контактний тиск (b) для скло-епоксидної півплощини та схема задачі (с)

Проведені дослідження для різних матеріалів та форм отворів показали, що тертя під плоским штампом найменше впливає на напруження біля отворів для матеріалів із $E_x > E_y$. Тертя істотно змінює напруження біля отворів, які зсунуті відносно центра штампа в напрямку дії горизонтальної сили, що прикладена до штампа.

Виконано дослідження напружень у півплощині з отвором, яка перебуває під дією параболічного штампа з радіусом закруглення у вершині R за врахування тертя. При розгляді таких задач додатково розв'язувались нелінійні рівняння, з яких знаходились межі ділянки контакту. Проведено дослідження напружень на межі отворів та під штампом за малих радіусів закруглення основи штампа (при $R/a < 1$). Аналогічно, як і у випадку відсутності тертя, область контакту виявилась малою і вплив отвору при цьому на контактні напруження під штампом був досить незначним. У зв'язку з цим контактні напруження під штампом для композитних матеріалів за $R/a < 1$ можуть бути розраховані на основі розв'язку для суцільної півплощини.

Напруження в півплощині та контактний тиск істотно залежать від рівня прикладених до штампа зусиль за $R/a \gg 1$. Розглянуто бор-епоксидну півплощину, ослаблену квадратним отвором із закругленими кутами. Значення сили P вибрано таким, щоби максимальний тиск під штампом у суцільній півплощині був $p_0 = 200$ МПа (рис. 6с). Розраховані відносні напруження на межі отвору при $k = 0.5$ наведено на рис. 6а кривими 2 при $E_y > E_x$ та кривими 3 – при $E_x > E_y$. Для порівняння на цьому ж рисунку кривою 1 зображено напруження для ізотропного матеріалу.

Розподіли контактного тиску, віднесені до величини p_0 , які наведено на рис. 6b, істотно залежать від властивостей матеріалу. Найменшою виявилась область контакту для ізотропного матеріалу. Напрямок армування істотно змінює характер розподілу контактного тиску: він є найбільшим біля лівої межі області контакту при $E_y > E_x$ і біля правої межі – при $E_x > E_y$.

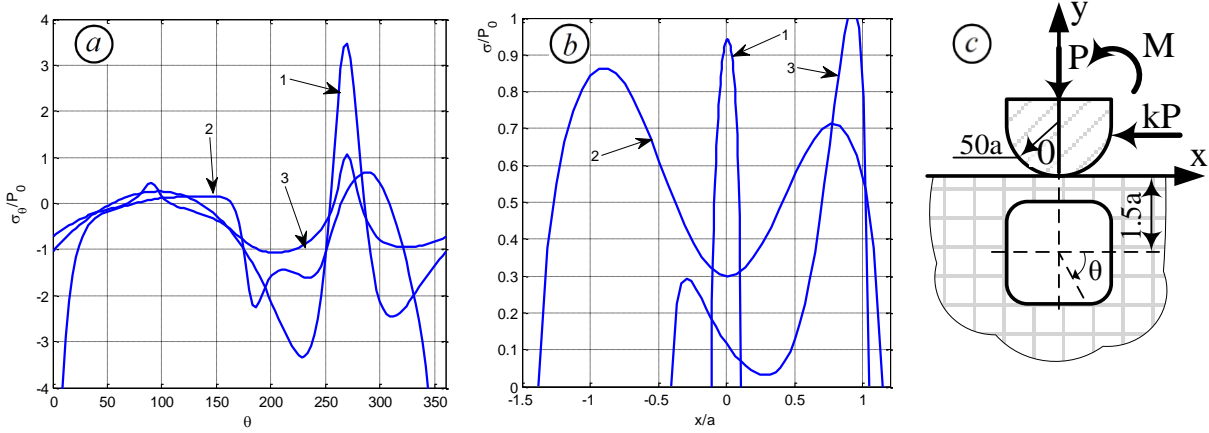


Рис. 6. Відносні напруження на межі квадратного отвору (а), контактний тиск (b) та схема задачі (c)

Проведено дослідження достовірності результатів, які отримано на основі розробленого алгоритму. З цією метою розглянуто бор-епоксидну півплощину, послаблену круговим отвором при $p_0 = 400$ МПа (рис. 7d). Розраховані за розробленим алгоритмом відносні напруження на межі отвору при $E_y > E_x$ наведено на рис. 7a суцільною лінією, а відносний контактний тиск $p(x)/p_0$ під штампом – на рис. 7b кривою 0 (кривою 1 зображено контактний тиск у суцільній півплощині). На рис. 7c наведено розраховані похідні від нормальних переміщень під штампом.

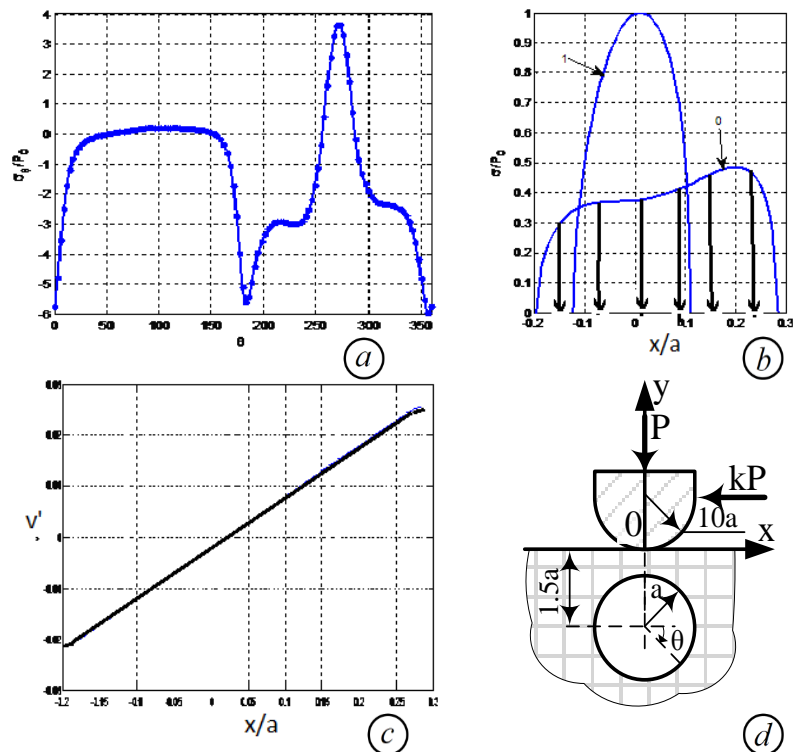


Рис. 7. Порівняння напружень на межі отвору (а), контактний тиск (b), похідна від переміщень (c) та схема задачі (d)

Далі розглянуто півплощину з отвором (без дії штампа) до межі якої в знайдений області контакту L_u в точках $x_j = c + jh$, $j = \overline{1, 40}$ прикладено зосереджені сили (рис. 7b) $Y_j = -hp(x_j)$, $X_j = kY_j$, $h = (d - c)/40$.

Модифіковані інтегральні рівняння будуються на основі розв'язку типу Гріна (4), в якому покладено, що $\Phi_2 = 0$, $\Psi_2 = 0$. Розраховані відносні напруження на межі отвору зображено на рис. 7a крапками.

Із рис. 7с видно, що похідна від нормального переміщення під штампом описується прямою. Це вказує на те, що умови контакту задовільняються; знайдені різними підходами (на основі різних інтегральних рівнянь) напруження на межі отвору є практично однаковими. Наведені результати вказують на достовірність отриманих вище результатів.

Розглянуто контактні задачі для анізотропної півплощини з тріщинами за врахування кулонівського тертя під штампом. Інтегральні рівняння для даної задачі отримані із зображень (3), де розв'язки Гріна Φ_j^D і Ψ_j^D визначаються за формулами (4). Розглянуто бор-епоксидну півплощину $y < 0$, послаблену крайовою тріщиною, в яку при $y = 0$, $-l < x < l$ втискається плоский штамп за врахування тертя з коефіцієнтом $k = 0.5$ (рис. 8с). При знаходженні КІН враховано контакт берегів тріщин. Прийнято, що армувальні елементи розміщені під кутом φ відносно межі півплощини, довжина тріщини $a = 0.5l$. На рис. 8а та 8б наведено розрахований розподіл відносних КІН F_{II} відповідно при $\varphi = 90^\circ$ та $\varphi = -30^\circ$. Розраховані відносні КІН за відсутності тертя зображено на цих рисунках штриховими лініями.

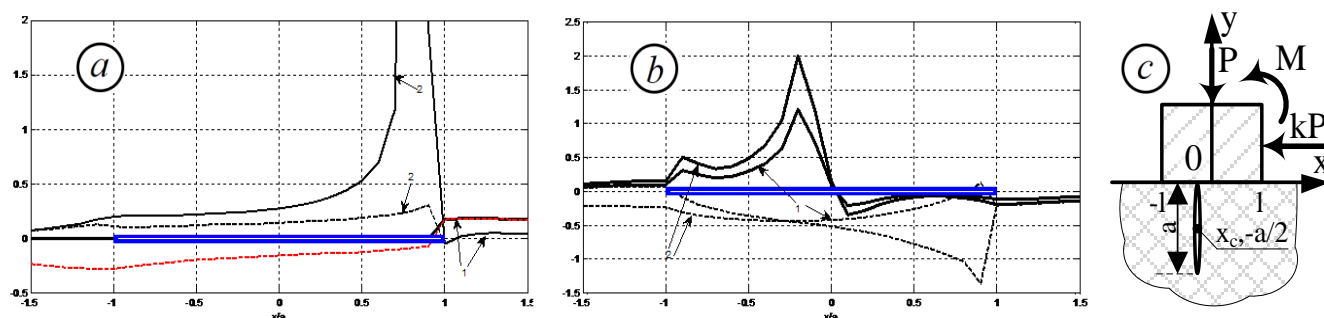


Рис. 8. Відносні КІН при $\varphi = 90^\circ$ (а) та $\varphi = -30^\circ$ (б). Схема задачі (с)

Встановлено, що наявність тертя істотно змінює не лише значення, а і характер розподілу КІН. Вони є максимальними для тріщин, що розміщені в околі правого кінця штампа при осях ортотропії, паралельних координатним осям. При нахилених армувальних елементах відносно межі максимальні КІН виникають для тріщин, що лежать близько до середини області контакту. Відносні КІН зростають при зменшенні довжин тріщин.

Проведено дослідження напружень біля тріщин в анізотропній півплощині за врахування тертя під штампом параболічної форми та контакту берегів тріщин. Розглянуто випадок, коли розміри ділянки контакту є малими, в зв'язку з чим прийнято, що під штампом у півплощині з тріщинами виникають такі ж напруження, як і в суцільній півплощині. Прийнято, що центр штампа розміщено в точці x_0 , крайова тріщина виходить на межу пластинки в початку координат (рис. 9с).

Розрахунки КІН виконано для різних композитних матеріалів та нахилів тріщин при $L/a = 1$, $k = 0; 0,25; 0,5; 0,75$ залежно від параметра $\lambda = x_0/L$, де a – півширина ділянки контакту. Розраховані відносні КІН $F_{II} = K_{II}/(p_0\sqrt{\pi L})$ для істотно анізотропного матеріалу CF1 (для якого $E_x/E_y = 46.404$) при $E_x > E_y$ наведено на рис. 9а та при $E_y > E_x$ – на рис. 9б (значення k нанесено біля кривих, p_0 – максимальний тиск).

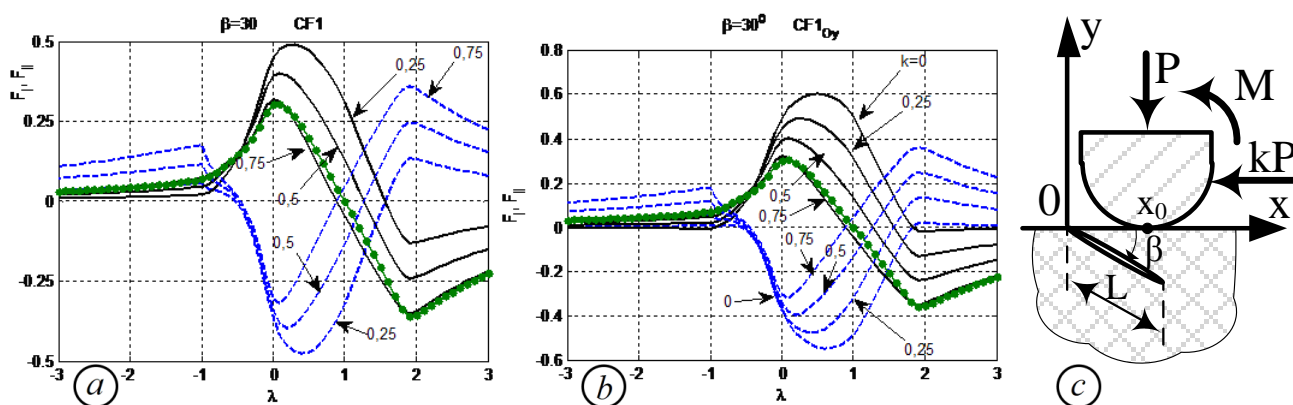


Рис. 9. Відносні КІН для тріщин, нахилених під кутом $\beta = 30^\circ$ для матеріалів CF1 (a), CF1_{Oy} (b); схема задачі (c)

Штриховими лініями на рис. 9 наведено відносні КІН $F_I = K_I / (p_0 \sqrt{\pi L})$. Тут крапками при $k = 0,5; 0,75$ наведені результати розрахунків для випадку, коли контактні напруження під штампом були описані наближено за розподілом Герца. При менших значеннях коефіцієнта тертя ($k = 0; 0,25$) розраховані КІН для двох розглянутих тисків під штампом практично не відрізнялись.

Значення КІН для ізотропного матеріалу практично збігаються з відомими в літературі даними, які отримані іншим методом. На основі проведених розрахунків можна зробити наступні висновки: КІН K_I відмінні від нуля для всіх анізотропних матеріалів за врахування контакту берегів тріщин, причому вони є сумірними із КІН K_{II} для істотно анізотропних матеріалів; при $k < 0,5$ КІН з достатньою для практики точністю можуть бути розраховані на основі опису тиску під штампом за формулою Герца.

Проведено дослідження впливу тертя на міцність композитних матеріалів із отворами за дії штампів з використанням критерію Гофмана. Розглянуто скло-епоксидну півплощину з отвором, в яку при $y = 0$, $-a < x < a$, втискається плоский штамп. Прийнято, що центр кругового отвору радіуса a розміщений в т. $(0, -ma)$ при $m = 2,75, 3, \dots, 5$, $E_y > E_x$, $k = 0,5$. В табл. 2 наведено розраховані відносні граничні зусилля $P^* = P_{\max} / a$ для розглянутих випадків та вказано кут θ , при якому починається руйнування на отворі. Крім цього, в таблиці наведено результати спрощених розрахунків напружень, коли розглядалась півплощина з отвором, до межі якої прикладені зусилля, що рівні за величиною контактним напруженням у суцільній півплощині.

Таблиця 2. Граничні відносні зусилля P^* (МПа) та кут θ при $k = 0,5$

y_c/a	Штамп, $k = 0,5$		Набл., $k = 0,5$		Штамп, $k = 0$	
	θ	P_{\max}/a	θ	P_{\max}/a	θ	P_{\max}/a
-2.75	216	190.7	216	187.8	324	203.3
-3	214	212.0	214	210.1	214	225.0
-4	210	301.1	210	300.6	210	315.2
-5	208	392.4	208	392.2	208	407.2

Із таблиці 2 видно, що наявність тертя зменшує зусилля, за яких на межі отвору починається руйнування. Для всіх розглянутих випадків у розрахунках на міцність може бути використаний наближений підхід до розрахунку напружень.

Досліджено випадок, коли максимальна жорсткість матеріалу є найбільшою в напрямку, який нахилений під кутом φ до межі півплощини. Розрахунки виконано для випадку, коли $\varphi = 45^\circ$ і $k = 0.5$. В табл. 3 наведено розраховані відносні граничні зусилля для розглянутих випадків та вказано кут, при якому починається руйнування для чотирьох матеріалів.

Таблиця 3. Граничні відносні зусилля P^* (МПа) та кут θ при $k = 0.5$

y_c/a	Скло-епоксид		Бор-епоксид		Графіт-епоксид		Кевлар-епоксид	
	θ	P_{\max}/a	θ	P_{\max}/a	θ	P_{\max}/a	θ	P_{\max}/a
-2.75	282	109.7	318	157.8	318	33.6	318	67,2
-3	284	114.4	320	185.1		40.7		79,7
-4		146.7		308.7		73.9	298	116,8
-5	286	186.8	322	442.4		110,6		141,6

Встановлено: при нахилених головних осях ортотропії до межі півплощини граничні навантаження, за яких починається руйнування на межі отвору зменшуються; тертя під штампом також зменшує граничні навантаження.

Виконано розрахунок допустимих напружень за дії параболічного штампа для суцільної півплощини. Розраховано напруження на сітці вузлових точок біля штампа та на основі них визначено допустимі значення максимального тиску p^* за врахування тертя. Розраховано також координати точок, в яких прогнозується руйнування. Встановлено, що в усіх розглянутих випадках руйнування починається на межі півплощини. В табл. 4 наведено допустимі значення максимального тиску.

Таблиця 4. Граничні значення максимального тиску p^* (МПа) залежно від тертя під штампом

k	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
Скло-епоксид, $E_x < E_y$	238.1	157.1	76.03	49.01	35.6	27.6	22.2
Бор-епоксид, $E_x < E_y$	887.5	426.03	206.4	133.4	96.9	75.1	60.6
Скло-епоксид, $E_x > E_y$	137.5	134.9	127.9	117.9	106.6	95.4	84.9
Бор-епоксид, $E_x > E_y$	282.7	279.6	270.7	257.4	241,2	223.6	206.0

У всіх цих випадках при відсутності тертя руйнування починається біля центру області контакту. При наявності тертя руйнування починатиметься в околі центру штампа при $E_x > E_y$ та біля правого кінця штампа у випадку, коли $E_x < E_y$. Тертя зменшує допустимі навантаження на штамп. При цьому, при $E_x > E_y$ значення допустимих тисків при збільшенні коефіцієнтів тертя зменшуються повільно (на відповідно 38%, 27%, 19% та 34% при $k = 0.6$), в той же час при $E_x < E_y$ значення допустимих тисків різко зменшується – уже більше, ніж у 10 разів при $k = 0.5$. Встановлено, що для кута нахилу армувальних елементів $\sim 45^\circ$ до межі півплощини граничні навантаження найнижчі.

У четвертому розділі розглянуто контактні задачі з ускладненими граничними умовами. Досліджено випадок взаємодії ортотропної нескінченної пластинки, що послаблена еліптичним отвором з півосями R_x та R_y , в межу якого втискається штамп,

що має форму, близьку до форми отвору. Прийнято, що до штампа прикладені момент M та сила, відповідні проекції в якій позначено через P_x і P_y (рис. 10b). Задача визначення областей контакту та розподілу тисків на них з використанням підходу Сінборні зведена до розв'язування альтернативної системи інтегральних рівнянь-нерівностей. Після застосування до інтегралів квадратурних формул поставлена задача зведена до вирішення системи алгебраїчних рівнянь-нерівностей, а далі перетворена до знаходження оптимального плану в задачі квадратичного програмування.

Розрахунки виконано при $R_y/R_x = 1.5$, $P_y/P_x = 0.75$ та $M = 0$. На рис. 10a наведено відносні контактні тиски для різних композитів. Кривим 1 та 1' відповідають випадки, коли $E_y > E_x$, а кривим 2 та 2' – $E_x > E_y$. Кривим 1 і 2 відповідає $k = 0.3$, а кривим 1' та 2' – $k = 0.5$.

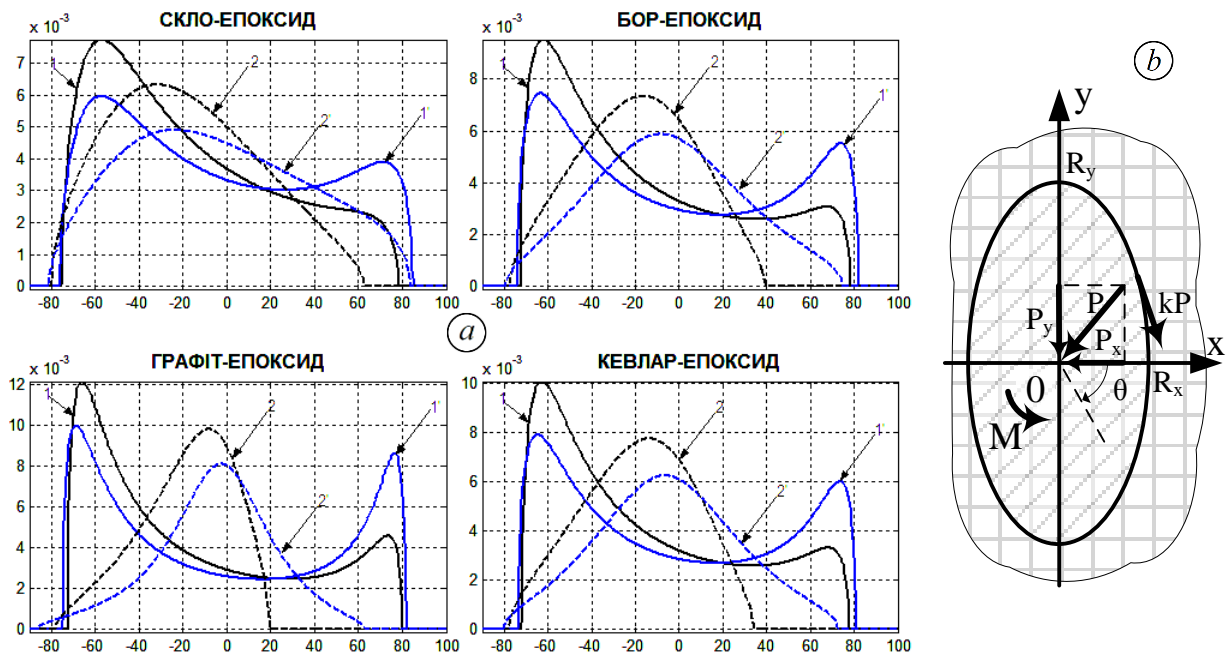


Рис. 10. Контактний тиск на межі еліптичного отвору (а) та схема задачі (б)

Розглянуто контактну задачу про взаємодію однорідної та кусково-однорідної півплощин із жорстким штампом складної форми за врахування тертя. Задача визначення ділянок контакту та тиску на них, аналогічно, як і вище зведена до розгляду задачі квадратичного програмування.

Проведено дослідження контактного тиску під штампами різної форми залежно від коефіцієнта тертя. Детально розглянуто випадок штампа з системою виїмок. Досліджено тиск на ділянках контакту залежно від кількості виїмок, їх форми та прикладеного навантаження.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота спрямована на розв'язання наукового завдання, що полягає в розробці методик розрахунку концентрації напружень біля штампів, отворів і тріщин в анізотропній півплощині за врахування тертя, контакту берегів тріщин та створення на цій основі методик розрахунку на міцність композитних елементів конструкцій при їх взаємодії зі штампами. Найважливіші результати і висновки дисертаційної роботи є наступними:

1. Розроблено алгоритм визначення напружень під штампом, на межах отворів і біля тріщин у композитних елементах конструкцій за врахування тертя та контактної взаємодії берегів тріщин. Він базується на модифікованих інтегральних рівняннях для багатозв'язних анізотропних півплощин із тріщинами, за яких умови на межі півплощини, в тому числі під штампом, задовольняються тотожно. Ядра цих інтегральних рівнянь побудовано з використанням методів М.І. Мусхелішвілі та Л.О. Галіна.

2. Числове розв'язування модифікованих інтегральних рівнянь проведено після їх регуляризації методом механічних квадратур. Виконано дослідження концентрації напружень біля отворів різної форми за дії плоского та параболічного штампів залежно від механічних характеристик композитів, розміщення отворів відносно штампів, коефіцієнтів тертя тощо. Визначення невідомих меж області контакту при дії параболічного штампів зведено до мінімізації функції двох змінних, яка сформована на основі розв'язків інтегральних рівнянь.

3. Розроблено числовий алгоритм дослідження напружень в анізотропній півплощині із внутрішніми та крайовими тріщинами, яка контактує зі штампами різної форми. При розв'язуванні інтегральних рівнянь враховано контакт берегів тріщин. Досліджено контактні напруження та КІН за дії плоского та параболічного штампів.

4. Побудовано методики розрахунку на міцність композитних пластинчатих елементів конструкцій з отворами й тріщинами при їх взаємодії зі штампами різної форми. Для її побудови використано критерій Гофмана, в якому враховано залежність міцнісних характеристик від напрямків дії зусиль. Визначено граничні сили, які можуть бути прикладені до штампів. Записано рівняння для допустимих зусиль у випадку, коли напружений стан є пропорційним до параметра навантаження.

5. Розвинуто методику дослідження задач із ускладненими умовами контакту. Досліджено контактні напруження, що виникають під штампом, який взаємодіє із межею еліптичного отвору в анізотропній площині за допомогою методів інтегральних рівнянь та квадратичного програмування. Визначено контактні напруження на ізольованих ділянках контакту при дії штампів, що містять виїмки.

6. Розраховані контактні напруження під штампом та біля отворів для композитів у випадку плоскої деформації та ПНС виявились близькими за величиною. Під параболічним штампом з малим радіусом закруглення основи отвір мало впливає на контактні напруження. При великих радіусах закруглення основи штампів напруження у півплощині істотно залежать від рівня прикладеного навантаження. Найменшою виявилась область контакту для ізотропного матеріалу. За врахування тертя напрямок армування істотно змінює характер розподілу контактних напружень: ці напруження є максимальними біля лівої межі області контакту (в напрямку дії горизонтальної сили) при армуванні матеріалу у вертикальному напрямку і біля правої межі – при армуванні в горизонтальному напрямку. Найбільші розтягувальні напруження на межі отвору виявились для ізотропного матеріалу.

7. КІН K_{II} максимальні для вертикальних тріщин, що розміщені біля країв плоского штампів, причому біля ближчої до межі вершини тріщини вони є більшими за величиною. За врахування контакту берегів тріщин у розглянутих випадках значення КІН K_I є значно меншими за K_{II} . Для тріщин, які паралельні межі півплощини КІН K_{II} є найменшими у випадку, коли жорсткість матеріалу максимальна у вертикальному напрямку. Виконані дослідження процесу росту крайових тріщин біля плоского

штампа узгоджуються із експериментальними даними. При дії параболічного штампа на півплощину з несиметрично розміщеною тріщиною відносно штампа контактний тиск істотно відрізняється від розподілу Герца, і відповідно істотно змінює значення КІН.

8. При відсутності тертя під параболічним штампом руйнування починається біля центру області контакту. При наявності тертя руйнування починається біля центру штампа (для матеріалу $E_x > E_y$) та біля правої межі штампа (для матеріалу $E_x < E_y$). Визначені граничні зусилля виявились найменшими, коли армувальні елементи в композиті нахилені під кутом $\sim 45^\circ$ до межі півплощини. Наявність тертя зменшує значення граничних зусиль, що прикладені до штампа.

9. Для широкого кола задач обґрунтовано спрощений підхід для розрахунку напружень біля отворів та тріщин, в якому приймалось, що до межі півплощини з отвором прикладено зусилля, які виникають під штампом у суцільній півплощині. Проведені розрахунки показали, що при малих розмірах ділянок контакту таким чином знайдені напруження є практично точними.

10. Контактні напруження під штампом на межі еліптичного отвору істотно залежать від механічних характеристик композитів. Найбільші тиски досягаються біля країв області контакту, якщо матеріал має максимальну жорсткість у вертикальному напрямку, і біля центру області контакту – у випадку більшої жорсткості у горизонтальному напрямку.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Коцюба А.Ю. Контактна взаємодія жорсткого штампа та нескінченної орто-тропної пластинки з близьким до еліптичного отвором / А.Ю. Коцюба, С.В. Лавренчук // Наукові нотатки : Міжвузівський збірник – Луцьк, 2011. – Вип. 33. – С. 80-83.

2. Лавренчук С. Плоскі контактні задачі, у яких ядра рівнянь Фредгольма містять невластні інтеграли // ПЛ-НТУ Транскордонний обмін досвідом : Монографія. – Люблін : Політехніка Люблінська, 2015. – Том 1. – С. 11-21. (Lavrenchuk S. Płaskie zagadnienia kontaktowe, w których jądra równań Fredholma zawierają całki niewłaściwe // PL-NTU Transgraniczna wymiana doświadczeń : Monografie. – Lublin : Politechnika Lubelska, 2015. – Tom. 1. – P. 73-84.)

3. Максимович О.В. Напруження біля висвердлених отворів у околі вершин тріщин / О.В. Максимович, О.В. Іллюшин, С.В. Лавренчук // Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві : Збірник наукових праць. – Луцьк, 2015. – Вип. 4. – С. 91-98.

4. Максимович О.В. Визначення напружень біля кругового штампа та тріщин у ізотропній півплощині / О.В. Максимович, С.В. Лавренчук // Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві : Збірник наукових праць. – Луцьк, 2016. – Вип. 5. – С. 126-136.

5. Лавренчук С.В. Тиск плоского штампа з системою виїмок на пружну півплощину // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій : Збірник наукових праць. – Дніпропетровськ : В-во ДНУ ім. Олеса Гончара “Ліра”, 2016. – Вип. 25. – С. 85-100.

6. Максимович О.В. Числовий аналіз напружень біля штампів і тріщин у анізотропній півплощині за врахування тертя / О.В. Максимович, С.В. Лавренчук // Науко-

вий журнал “Комп’ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво”. – Луцьк : В-во Луцького НТУ, 2016. – Вип. 24-25. – С. 99-106.

7. Максимович О.В. Концентрація напружень біля отворів та штампа в анізотропній півплощині / О.В. Максимович, С.В. Лавренчук, Т.Я. Соляр // Прикладні проблеми механіки і математики. – Львів, 2016. – Вип. 14. – С. 76-84.

8. Максимович В.М. Плоскі контактні задачі теорії пружності для тіл складної форми / В.М. Максимович, А.Ю. Коцюба, С.В. Лавренчук // Монографія. – Луцьк : РВВ ЛНТУ, 2012. – 98 с.

Анотація. Лавренчук С.В. Розрахунок напружень біля штампів, отворів та тріщин у композитних пластинчатих елементах конструкцій. – Рукопис.

Дисертація на здобуття вченого ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Луцький національний технічний університет, Луцьк, 2016.

Розроблено підхід до розрахунку концентрації напружень біля штампів, отворів та тріщин у анізотропній півплощині за врахування тертя, контакту берегів тріщин і створено на цій основі методику розрахунку на міцність композитних елементів конструкцій за їх взаємодії зі штампами.

Методика визначення напружень базується на модифікованих інтегральних рівняннях для багатозв’язних анізотропних півплощин із тріщинами, за яких задані умови на межі півплощини, в тому числі під штампом, задовільняються тотожно. Числове розв’язування інтегральних рівнянь для анізотропної півплощини із отворами за її контакту зі штампами проведено після їх регуляризації методом механічних квадратур. Виконано дослідження концентрації напружень біля отворів різної форми за дії штампів залежно від механічних характеристик композитів, розміщення отворів та для випадків, коли штамп діє на межу отвору. Межі області контакту за дії параболічного штампа знайдено шляхом мінімізації функції, яка сформована на основі розв’язків інтегральних рівнянь.

Розроблено числовий алгоритм дослідження напружень в анізотропній півплощині із внутрішньою або крайовою тріщиною, яка контактує зі штампами різної форми. Виконано дослідження контактних напружень під штампом та на берегах тріщин і КІН за дії плоского і параболічного штампів.

Запропоновано методики розрахунку на міцність композитних пластинчатих елементів конструкцій з отворами та тріщинами при їх взаємодії зі штампами різної форми на основі критерію Гофмана. Визначено граничні навантаження, які можуть бути прикладені до штампа.

Розглянуто випадок задач із ускладненими умовами контакту. Досліджено напруження під штампом, який втискається в межу еліптичного отвору в анізотропній площині. Досліджено контактну взаємодію півплощини з штампом, основа якого має виїмки.

Ключові слова: *композитні елементи конструкцій, напруження, штамп, отвір, тріщина, анізотропія, критерій міцності, метод інтегральних рівнянь, коефіцієнт тертя.*

Abstract. Lavrenchuk S.V. Calculation of stresses near the punches, holes and cracks in the plate-like composite structural elements. – Manuscript.

Dissertation for the Ph.D. degree by specialty 01.02.04 – Mechanics of deformable solids. – Lutsk National Technical University, Lutsk, 2016.

The approach to calculate stress concentration at the punches, holes and cracks in anisotropic half-plane by accounting for the friction, contact of the faces is developed and the method for strength calculation of composite structural elements with the interaction of punches is derived on this basis.

Methodology of determining stress is based on the modified integral equations for multiply-connected anisotropic cracked half-planes, for which boundary conditions set on the brink of a half-plane, including those under the punch, are satisfied identically. Kernels of integral equations are constructed using the methods of Muskhelishvili and Galin. Numerical solution of the integral equations for anisotropic half-plane with holes under their contact with the punches is held after their regularization by mechanical quadratures. The study of stress concentration around holes of different shapes is provided under action of flat and parabolic punches depending on the mechanical properties of composite materials, placement of holes in relation to punches and for cases where the punch is inside the hole. Defining the limits of the unknown contact area for the actions of a parabolic stamp is held by minimizing the function of two variables, which is formed from solutions of integral equations and using methods based on the method alternative system of integral equations and inequalities and a problem of the quadratic programming.

Numerical algorithm of study of stresses is developed to anisotropic half-plane with boundary or internal crack that contacted with punches of different shapes. In the numerical solution of integral equations the contact of crack faces is considered. The study of contact stresses and stress intensity factors for the actions of parabolic and flat punches is held.

The methods for strength assessment of composite plate-like structural elements with holes and cracks under their interaction with punches of different shapes are developed. For the construction of methodology the Hoffmann criterion is used, which takes into account the dependence of the strength characteristics on the direction of the forces. Limit loads that can be applied to the punch, in which stress at the punch and at the hole does not exceed the permissible values are defined.

The case of problems with complicated contact conditions is examined. The approach to the study of stress for the problem of punch indented into the boundary of elliptical hole in the anisotropic plane is developed. The contact interaction of the punch, the base of which is complicated by geometric heterogeneity as macro deviations with isotropic half-plane is studied. The influence of the geometry of the recess on stress distribution is studied.

Keywords: *composite structural elements, stress, punch, hole, crack, anisotropy, strength criterion, the method of integral equations, coefficient of friction.*

Аннотация. Лавренчук С.В. Расчет напряжений возле штампов, отверстий и трещин в композитных пластинчатых элементах конструкций. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела. – Луцкий национальный технический университет, Луцк, 2016.

Разработан подход к расчету концентрации напряжений возле штампов, отверстий и трещин в анизотропной полуплоскости при учёте трения, контакта берегов трещин и создана на этой основе методика расчета на прочность композитных элементов конструкций при их взаимодействии со штампами.

Методика определения напряжений базируется на модифицированных интегральных уравнениях для многосвязных анизотропных полуплоскостей с трещинами, при которых заданные условия на границе полуплоскости, в том числе и под штампом, удовлетворяются тождественно. Численное решение интегральных уравнений для полуплоскости с отверстиями, контактирующей со штампами проведено после их регуляризации методом механических квадратур. Выполнены исследования концентрации напряжений возле отверстий различной формы при вдавливании штампов в зависимости от механических характеристик композитов и трения. Рассмотрен также случай, когда штамп взаимодействует с границей отверстия.

Разработан численный алгоритм исследования напряжений в анизотропной полуплоскости с внутренней или краевой трещинами, которая контактирует со штампами различной формы. При численном решении интегральных уравнений учтён контакт берегов трещин. Выполнены исследования контактных напряжений и КИН за действия плоского и параболического штампов.

Разработана методика расчета на прочность композитных пластинчатых элементов конструкций с отверстиями и трещинами при их взаимодействии со штампами. Для построения методики использован критерий Гофмана. Определены предельные нагрузки, которые могут быть приложены к штампу.

Ключевые слова: *композитные элементы конструкций, напряжение, штамп, отверстие, трещина, анизотропия, критерий прочности, метод интегральных уравнений, коэффициент трения.*

Підписано до друку 27.12.2016 р.
Формат 60×84/16. Папір офсетний. Гарнітура “Times”.
Умовн. друк. аркушів 0,75. Обл.-вид. арк. 0,6.
Тираж 100 прим. Зам. № 150.

Інформаційно-видавничий відділ
Луцького національного технічного університету
43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк-ІВВ Луцького НТУ

