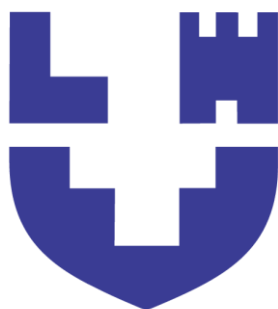


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Луцький національний технічний університет

Ярошевич М.П., Пуць В.С., Шимчук С.П., Толстушко М.М.,
Мартинюк В.Л. Стельмах О.У., Костюнік Р.Є.



**ТЕХНОЛОГІЇ ГАЛУЗЕВОГО
МАШИНОБУДУВАННЯ**

**Навчальний посібник
для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої
освіти
денної, заочної та дуальної форм навчання**

Луцьк 2023

Рекомендовано

*Вченою радою Луцького національного технічного університету
(протокол № 12 від 30 червня 2023 р.)*

Рецензенти:

Поліщук Олег Степанович, завідувач кафедри машин і апаратів, електромеханічних та енергетичних систем Хмельницького національного університету, доктор технічних наук професор

Налобіна Олена Олександрівна, в.о. зав. кафедри будівельних, дорожніх, меліоративних машин і обладнання Національного університету водного господарства та природокористування, доктор технічних наук професор

Рябчиков Микола Львович, професор кафедри технологій легкої промисловості Луцького національного технічного університету, доктор технічних наук професор

Відповідальний за випуск:

Пуць В.С., кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри галузевого машинобудування ЛНТУ

Технології галузевого машинобудування. Навчальний посібник для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти денної, заочної та дуальної форм навчання. М.П. Ярошевич, В.С. Пуць, С.П. Шимчук, М.М. Толстушко, В.Л. Мартинюк, О.У. Стельмах, Р.Є. Костюнік. – Луцьк: ЛНТУ, 2023. – 136 с.

Посібник призначений для отримання здобувачами вищої освіти та іншими читачами додаткової можливості самовдосконалюватись та саморозвиватись, а також ознайомлення ними з сучасними розробками у визначених сферах галузевого машинобудування: динаміка та міцність машин; трибологія; розрахунок та проектування машин і обладнання.

Посібник призначений для здобувачів вищої освіти, що навчаються за освітньою програмою галузевого машинобудування другого (магістерського) рівня вищої освіти денної, заочної та дуальної форм навчання, наукових і науково-педагогічних працівників.

© Ярошевич М.П., та ін., 2023

Ярошевич М.П., Пуць В.С.

РОЗДІЛ 1.

**ВІБРАЦІЙНА МЕХАНІКА МЕХАНІЗМІВ ТА
МАШИН**

РОЗДІЛ 1. Вібраційна механіка механізмів та машин

1.1. Вібрації в техніці. Фізичні причини ефективності використання вібрації в технологічних процесах

Традиційно, поняття «вібрація», «коливання» асоціюються з небажаними, а часом – навіть небезпечними явищами, які супроводжують роботу будь-якої машини або механічної системи. Проте, у низці випадків вібрація та породжувані нею ефекти можуть бути корисними та використаними для здійснення низки технологічних процесів.

У навчальних курсах, присвячених коливанням механічних систем, вивчаються, як правило, питання, пов'язані з аналізом коливань різноманітних машин, будівельних конструкцій, усіякого технічного обладнання та його елементів. При цьому основна увага приділяється виявленню причин виникнення коливань, визначенню їх власних частот, форм та амплітуд. Розглядаються різні засоби та методи зниження коливань. Проблема коливань розглядається, як правило, з точки зору оцінки їх можливої небезпеки для механічної системи. Проте коливальні явища, вібрація можуть відігравати позитивну роль та мати практичне застосування для здійснення чи інтенсифікації технологічних процесів.

Вібраційні машини та процеси широко застосовуються в багатьох галузях промисловості, зокрема, в машинобудуванні, приладобудуванні, будівництві, виробництві будівельних матеріалів, гірничій, хімічній, переробній галузях промисловості, металургійному виробництві тощо. Вібраційна техніка дозволила виконати своєрідну революцію в низці виробництв, забезпечивши отримання значного техніко-економічного ефекту. В одних випадках технологічні процеси можуть бути здійснені лише завдяки використанню вібрації, в інших – застосування вібрації призводить до інтенсифікації технологічних процесів та підвищення якісних показників.

Поширення вібраційної техніки в промисловості обумовлено її відносною простотою виготовлення, обслуговування та експлуатації, високою продуктивністю, надійністю та можливістю суміщення процесу обробки з одночасним виконанням інших технологічних операцій. Вказані особливості вібраційних машин сприяють їх швидкій окупності.

На теперішній час вібраційна техніка продовжує інтенсивно розвиватися. З'являються усе нові приклади її ефективного використання. Створено та експлуатується велика кількість вібраційних машин, які різняться розмірами, потужністю, конструкцією та функціональним призначенням. Проте, шлях впровадження вібраційної техніки є непростим, що пов'язано головним чином зі складністю методів розрахунку вібротехніки, існуванням кількох можливих режимів роботи, певними труднощами налаштування на ефективні стійкі режими руху. За відносної конструктивної простоти вібротехніки, їх динаміка є достатньо складною.

Основною причиною ефективності використання вібрації в технологічних процесах є те що, під час вібрації сили сухого тертя, ніби перетворюються в сили в'язкого тертя. У підсумку створюються умови для прояву дії відносно малих сил, а також малих відмінностей у властивостях частинок технологічного середовища. Це важливо, зокрема, в процесах поділу частинок, які відіграють одну з ключових ролей при переробці природної та техногенної сировини. Необхідно відмітити, що розріджуюча дія вібрації дозволяє замінити «мокрый» технологічний процес на «сухий».

Ще одною причиною ефективності вібрації є те, що під її впливом на частинки (та й на середовище у цілому) починають діяти деякі додаткові вібраційні сили, які сприяють перебігу технологічних процесів.

В основі як корисного застосування вібрації, так і причин її шкідливої дії лежать своєрідні, інколи парадоксальні явища, які пов'язані, в основному, з коливаннями в нелінійних механічних системах. Мета викладеного матеріалу – сприяти активному розумінню фізичних

механізмів вібраційних ефектів та явищ, вказати на відносно простий, загальний підхід до їх вивчення та перспективи використання.

1.1.1. Про ефекти, що виникають при дії вібрації на нелінійні механічні системи

Потреби в удосконаленні вібраційної техніки та інтенсифікації вібраційних технологічних процесів привели до появи нового розділу прикладної теорії коливань – теорії вібраційних процесів та пристроїв.

Незважаючи на те, що фізичні коливальні системи є нелінійними, низка прикладних задач теорії механічних коливань може бути успішно розглянута в лінійній постановці, тобто без урахування нелінійних факторів. Як відомо, дія зовнішньої вібрації на лінійні системи у принциповому плані є вивченою; головні якісні закономірності ґрунтуються тут навколо явища резонансу.

Дія вібрації у нелінійних механічних системах призводить до своєрідних, часто неочікуваних ефектів та явищ. Ці ефекти, з одного боку, можуть бути використаними у технологіях й лежать в основі принципів дії низки високоефективних вібраційних машин; з іншого боку, ті ж самі ефекти можуть бути причиною небажаних явищ і навіть аварій.

Розглянемо чотири своєрідних групи ефектів, що виникають при дії вібрації на нелінійні механічні системи.

а) Зміна поведінки коливних систем і механізмів під дією вібрації

До цієї групи ефектів відносяться:

- зникнення існуючих й поява нових положень рівноваги та видів руху системи;
- зміна характеру положень рівноваги (стійкості та нестійкості);
- зміна частот малих вільних коливань біля положень стійкої рівноваги;

- ефекти самосинхронізації незрівноважених роторів (інерційних вібробудників) та їх вібраційного підтримання обертання.

б) Ефекти вібраційного переміщення та зміщення

Сюди відносяться ефекти:

- вібраційного транспортування твердих та сипких тіл;
- віброзанурення та вібровитягування паль, оболонок і т.п.;
- сепарації (розділення) частинок матеріалу за їх властивостями на віброуючих поверхнях, зміщення під дією вібрації стрілок приладів й осей гіроскопів.

в) Вібрологічні ефекти, тобто зміна під дією вібрації реологічних властивостей тіл

Мова йде про такі ефекти як:

- уявне перетворення в умовах вібрації сухого тертя у в'язке;
- зниження коефіцієнта сухого тертя;
- уявна зміна коефіцієнта в'язкості (класичний приклад – перехід від ламінарного до турбулентного руху рідини);
- ефект віброповзучості і т.д.

г) Виникнення інтенсивної механічної взаємодії між частинками та об'ємами багатоконпонентних систем

До цієї групи ефектів відносяться:

- розпушування сипкого середовища у віброуючих лотках і посудинах – утворення, так званого, віброкиплячого шару;
- виникнення у віброуючій рідині чи сипкому середовищі інтенсивних відносних коливань твердих частинок, що розрізняються за розмірами й густиною.

Очевидно, що подібні ефекти сприяють інтенсифікації хімічних реакцій.

Якщо до перерахованих ефектів додати фундаментальні явища резонансу й автоколивань, то отримаємо майже повний перелік ефектів, які використовуються у вібраційній техніці та технологіях.

1.1.2. Загальний спосіб отримання основного рівняння вібраційної механіки та виразів для вібраційних сил (моментів). Метод прямого розділення рухів

Для переважної більшості вібраційних ефектів характерно, що виникаючий під дією вібрації рух можна подати у вигляді суми двох складових – «повільної» та «швидкої». «Повільна» складова, мало змінюється за один період коливань на відміну від швидкої, «вібраційної». Вібраційна механіка – це механіка для дослідника, який цікавиться, перш за все, «повільним» рухом системи. Повільні рухи поряд з швидкими виникають у нелінійній системі за наявності вібрації та становить, як правило, практичний інтерес.

Якщо перейти на мову диференціальних рівнянь, то сказане може бути викладене наступним чином. Нехай рух системи описується рівняннями:

$$m\ddot{x} = F(\dot{x}, x, t) + P(\dot{x}, x, t, \omega t), \quad (1.1)$$

де m – маса, x – узагальнена координата, F – «повільна», а P – «швидка» сила; точкою позначено диференціювання за «звичайним», «повільним», часом t .

Зазначимо, що наведені викладки для системи з одним ступенем вільності, оскільки узагальнення на випадок декількох ступенів вільності не становить принципових ускладнень.

Сила P , на відміну від F , залежить не лише від t , але й від «швидкого» часу $\tau = \omega t$, пропорційного «великому параметру» ω , де ω – частота вібрації. У найпростішому випадку сила P є періодичною функцією ωt з періодом 2π .

Рух системи приведемо у наступному вигляді:

$$x = X(t) + \psi(t, \omega t), \quad (1.2)$$

де X – «повільна», а ψ – «швидка» (не обов'язково мала у порівнянні з X) складові.

Таким чином замість однієї невідомої x введемо дві - X і ψ . Нехай середнє за період 2π по $\tau = \omega t$ значення функції ψ дорівнює нулю

$$\langle \psi(t, \omega t) \rangle = 0. \quad (1.3)$$

Тут та нижче кутові дужки позначають усереднення за період 2π за швидким часом τ який входить як явно, так й через функцію ψ . Відмітимо, що при виконанні умови (1) справедлива рівність $X(t) = \langle x(t, \omega t) \rangle$, тобто повільна складова X є відповідним середнім значенням координати x .

Підставимо вираз (1.2) у рівняння (1.1) та проінтегруємо його праву та ліву частини за період 2π за швидким часом τ :

$$m\ddot{X} = \langle F(\dot{X} + \dot{\psi}, X + \psi, t) \rangle + \langle \Phi(\dot{X} + \dot{\psi}, X + \psi, t, \omega t) \rangle. \quad (1.4)$$

Далі віднімемо від вихідного диференціального рівняння (1.1) рівняння (1.4):

$$m\dot{\psi} = F(\dot{X} + \dot{\psi}, X + \psi, t) - \langle F(\dot{X} + \dot{\psi}, X + \psi, t) \rangle + \Phi(\dot{X} + \dot{\psi}, X + \psi, t, \omega t) - \langle \Phi(\dot{X} + \dot{\psi}, X + \psi, t, \omega t) \rangle. \quad (1.5)$$

Рівняння повільних рухів системи подамо у вигляді:

$$m\ddot{X} = F(\dot{X}, X, t) + V(\dot{X}, X, t). \quad (1.6)$$

де $V = \langle F(\dot{X} + \dot{\psi}, X + \psi, t) \rangle + \langle \Phi(\dot{X} + \dot{\psi}, X + \psi, t, \omega t) \rangle$ – вібраційна сила.

У результаті замість диференційного рівняння руху (1.1) отримано систему двох інтегродиференціальних рівнянь (1.5) та (1.6).

Згідно (1.5) вібраційна сила V являє собою результат усереднення за швидким часом «власне швидкої сили» Φ й того швидкого внеску F_1 , який виділяється з повільної сили F на траєкторії руху системи $x = X + \psi$. Вібраційна сила V відображає ефекти, що накопичуються від дії вібрації на нелінійну систему.

Звертаючись тепер до питання про розв'язок системи інтегродиференціальних рівнянь (1.5) та (1.6), відмітимо, що у загальному випадку воно не простіше за розв'язок вихідного рівняння (1.1). Однак, якщо врахувати основне припущення, що до темпів зміни функцій X і ψ , то звичайним є наступний спосіб наближеного розв'язку цієї системи.

Спочатку розв'язується рівняння (1.5), при цьому величини \dot{X} , X і t , зміна яких за період швидкого часу $2\pi/\omega$ відносно мала, у процесі розв'язку рахуються сталими («замороженими»). Припустимо, що рівняння (1.5) дійсно допускають періодичний по ωt розв'язок $\psi = \psi(\dot{X}, X, t, \omega t)$ та, що цей розв'язок знайдено. Тоді можна буде знайти вираз для вібраційної сили (моменту) V та скласти рівняння (1.6) для повільної компоненти руху X . Природно, що тепер ці рівняння («рівняння вібраційної механіки») будуть лише наближеними.

Рівняння (1.5), зазвичай, є значно простішим за вихідне рівняння (1.1). Разом з тим це рівняння містить інформацію, достатню для пояснення та опису більшості відомих вібраційних ефектів.

Оскільки функція ψ входить у вираз для V під знаком інтеграла, то зазвичай можна обмежитися наближеним визначенням функцій ψ з рівнянь (1.5). Наприклад, у вигляді суми невеликої кількості гармонік або членів ряду за степенями малого параметру.

Зазвичай можна вважати, що ψ мале у порівнянні з X (\dot{X} мале у порівнянні з $\dot{\psi}$ у силу вихідного припущення). Нарешті, у багатьох важливих випадках можна приймати, що швидка сила P значно більша за повільну силу F , й не враховувати цю силу при розв'язку рівняння (1.5). У таких випадках будемо говорити про чисто інерційне наближення при розв'язку рівнянь швидкого руху. Як нескладно бачити, у цих випадках індукована вібраційна сила є відсутньою ($V = \langle \Phi \rangle$).

Рівняння (1.3), що описують повільні рухи системи, називаються **основними рівняннями вібраційної механіки**.

Отже, ситуація аналогічна відомій теоремі механіки відносного руху. Згідно з цією теоремою, спостерігач, що пов'язаний із системою координат, яка рухається з прискоренням, повинен до усіх діючих на систему звичайних сил, додати сили інерції. Відповідно, у випадку ігнорування вібрацією потрібно додати до всіх звичайних сил вібраційні сили. Додавання вібраційних сил являє собою ніби “штраф” за нехтування швидкими рухами системи.

Викладене схематично ілюструється наведеними рисунками (рис.1.1).

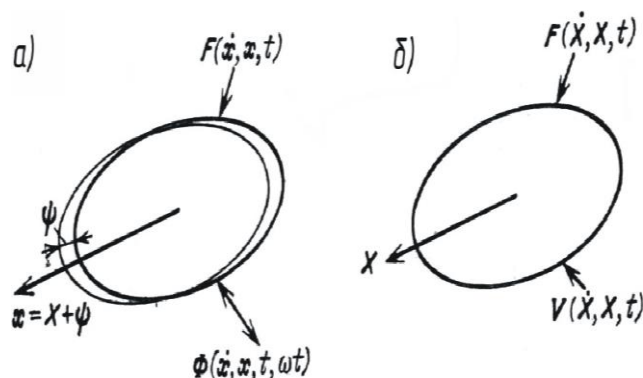


Рис. 1.1. Схема сил при відносному русі системи

Нехай на розглядувану систему діє повільна $F(\dot{x}, x, t)$ та швидка $\Phi(\dot{x}, x, t, \omega t)$ сили, а рух системи X являється таким, що складається з повільної складової X та швидкої ψ складової. На рис. 1.1, *a* зображена загальна схема вихідної системи. Картина, що наведена на рис. 1.1, *б* має місце лише повільна складова руху X , причому, рух відбувається під дією вихідної повільної сили $F(\dot{X}, X, t)$, а також повільної вібраційної сили $V(\dot{X}, X, t)$.

Розглянемо приклади знаходження вібраційних сил та складання рівнянь повільних рухів. На наведених прикладах буде з'ясовано фізичний механізм виникнення вібраційних сил та проілюстровані прийоми отримання їх наближених виразів.

1.1.3. Про ефект вібраційного захоплення обертання нерівноваженого ротора. Постановка задачі та рівняння руху досліджуваної системи

Розглянемо нерівноважений ротор (дебалансний вібробудник) з віссю підвісу, що вібрує. Нехай вісь ротора здійснює задані гармонійні коливання, що збуджуються ідеальним джерелом енергії за законом $y = A_y \cos \omega t$, де A_y, ω – амплітуда та частота коливань осі ротора (рис. 1.2). Припустимо, що вісь ротора горизонтальна, а коливання відбуваються у вертикальному напрямку. Зазначимо, розгляд більш загальних випадків вібрації не призводить до принципово нових результатів, проте потребує більш громіздких обчислень. У той же час, розглядуваний найпростіший приклад дозволяє з'ясувати основні особливості динаміки нерівноваженого ротора з вібруючою віссю.

Рівняння руху неврівноваженого ротора подамо у вигляді:

$$I\ddot{\varphi} = L(\dot{\varphi}) - R(\dot{\varphi}) - m\varepsilon(\omega^2 A_y \cos \varphi \cos \omega t - g \cos \varphi)$$

де I, m, ε – відповідно, момент інерції, маса та ексцентриситет неврівноваженого ротора;

φ – кут повороту ротора, що відраховується за ходом годинникової стрілки;

$L(\dot{\varphi})$ – крутний момент, що передається від електродвигуна;

$R(\dot{\varphi})$ – момент сил опору обертанню ротора;

g – прискорення вільного падіння

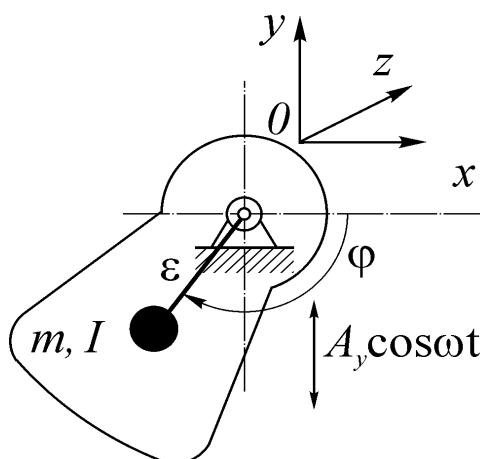


Рис. 1.2. Неврівноважений ротор з вібруючою віссю

Вважаємо, що момент $R(\dot{\varphi})$ може враховувати, як опір в підшипниках ротора, так й корисне навантаження; ротор приводиться у обертання від електродвигуна асинхронного типу. Зважаючи на те, що нижче досліджуються стаціонарні (біля стаціонарні) режими руху ротора, момент електродвигуна враховуватимемо за допомогою його статичної характеристики. Досліджуємо обертання неврівноваженого ротора із частотою $\dot{\varphi}$ рівною частоті рівномірного обертання ω .

1.1.4. Рівняння повільних та швидких рухів неврівноваженого ротора та їх аналіз

Використовуючи метод прямого розділення рухів, розглянемо рухи ротора виду $\varphi = \omega t + \alpha(t) + \psi(t, \omega t)$.

Де $\alpha(t)$ – повільна, а $\psi(t, \omega t)$ – мала швидка 2π – періодична за $\tau = \omega t$ функція, середнє за період значення якої дорівнює нулю. Запишемо рівняння для функцій $\alpha(t)$ та $\psi(t, \omega t)$ у формі:

$$I\ddot{\alpha} + k\dot{\alpha} = L(\omega) - R(\omega) + V, \quad (1.7)$$

$$I\ddot{\psi} + k\dot{\psi} = W(\alpha, \psi, \omega t) - V, \quad (1.8)$$

де $k = k_1 + k_2$ – сумарний коефіцієнт демпфування, при цьому $k_1 = -(dL(\dot{\varphi})/d\dot{\varphi})_{\dot{\varphi}=\omega}$, $k_2 = (dR(\dot{\varphi})/d\dot{\varphi})_{\dot{\varphi}=\omega}$ (тобто коефіцієнти k_1, k_2 характеризують швидкість зміни функцій $L(\dot{\varphi})$, $R(\dot{\varphi})$); $W(\alpha, \psi, \omega t) = -m\varepsilon(\omega^2 A_y \cos \varphi \cos \omega t - g \cos \varphi)$; $V = \langle W(\alpha, \psi, \omega t) \rangle$.

Зазначимо: коефіцієнти $k_1 > 0, k_2 > 0$ отримані в результаті лінеаризації моментів $L(\dot{\varphi})$, $R(\dot{\varphi})$ поблизу частоти $\dot{\varphi} = \omega$; кутові дужки $\langle \dots \rangle$ вказують на усереднення виразу, що міститься в них, за період $2\pi/\omega$ за швидким часом τ . Вираз V є, так званий, вібраційний момент – середнє значення додаткової дії викликаної вібрацією.

Для визначення вібраційного моменту з достатньою для більшості прикладних випадків точністю рівняння швидкого руху можна розв'язувати наближено. Для цього, подамо (1.8) як:

$$I\ddot{\psi} = \mu\Psi ,$$

де μ - малий параметр; $\Psi = W(\alpha, \psi, \omega t) - V - k\dot{\psi}$.

У нульовому наближенні ($\psi = \psi_0 = 0$) отримуємо:

$$V = V(\alpha) = -V_{\max} \cos \alpha , \quad (1.9)$$

де $V_{\max} = \frac{1}{2} m \varepsilon \omega^2 A_y$ - максимальна величина (модуль) вібраційного моменту.

Як бачимо, у випадку рівних частот обертання ротора та вібрації осі, «швидкий» момент, зумовлений переносною силою інерції, призводить до появи в рівнянні повільних рухів вібраційного моменту. Тобто, виникає стала, в середньому, дія вібрації на ротор. Таким чином, вібрація може змінювати навантаження на ротор, і, відповідно, приводити до зміни режиму його руху.

Рівняння (1.7) призводить до наступного співвідношення для визначення зсуву фаз в стаціонарних режимах вібраційного захоплення обертання неврівноваженого ротора ($\alpha = const$):

$$L(\omega) - R(\omega) = V_{\max} \cos \alpha . \quad (1.10)$$

Звичайно, умова можливості існування усталених режимів має вигляд:

$$\frac{|L(\omega) - R(\omega)|}{V_{\max}} \leq 1 .$$

Очевидно, що ця нерівність фізично означає вимогу *обмеженої потужності двигуна* (чим менш завищеною вибрано потужність привода, тим вища можливість виникнення розглядуваного режиму руху).

У разі, коли швидкості ω і $\dot{\varphi}$ не надто відрізняються одна від одної, та коли момент опору R обумовлений переважно опором у підшипниках, наведену нерівність можна записати в наближеному вигляді:

$$\frac{L_n}{V_{\max}} \frac{|\Delta\omega|}{(\omega_c - \omega_n)} \leq 1 \quad (1.11)$$

де L_n , ω_n , ω_c номінальний момент, номінальна та синхронна швидкість електродвигуна, відповідно;

$\Delta\omega = \omega_0 - \omega$ - інтервал захоплення частоти ротора, ω_0 - швидкість обертання ротора, що встановився, за відсутності вібрації осі.

Зазначимо, що при отриманні умови (1.11) прийнято до уваги істотну відмінність залежностей моментів $L(\dot{\varphi})$ і $R(\dot{\varphi})$ від швидкості ротора, а також вираз: $k_1 = \frac{L_{nom}}{\omega_c - \omega_n}$.

Умову (1.11) зручно використовувати для грубої оцінки можливості існування режиму вібраційного захоплення обертання. Це дозволяє оцінити інтервал захоплення $\Delta\omega$ частоти ротора. При обертанні ротора з частотою ω_0 , близькою до частоти коливачь осі ω , умова (1.11) обов'язково виконується. Отже, навіть порівняно невелика вібрація з частотою, що дорівнює частоті ротора (досить близької до неї), може призвести до виникнення режиму вібраційного захоплення обертання неврівноваженого ротора.

З отриманих співвідношень випливає:

- вібрація може призводити, як до зменшення усталеної швидкості обертання ротора, так і до її збільшення;

- вібрація прагне змінити частоту обертання ротора до відповідної частоти вібрації, за якої підтримується певний зсув фаз.

Більше того, вібрація з частотою обертання ротора може стабілізувати дану частоту його стаціонарного обертання при раптових змінах навантаження. Зміни навантаження (у межах умови (1.11)) компенсуються змінами вібраційного моменту (1.9).

При виконанні нерівності (1.11), рівняння (1.10) має два істотно різні розв'язки:

$$\alpha_{1,2} = \pm \arccos\left(\frac{k\Delta\omega}{V_{\max}}\right).$$

У разі коли частота ротора ω_0 збігається з частотою коливань осі ω , стаціонарними розв'язками рівняння (1.7) будуть $\alpha_1 = \pi/2$ і $\alpha_2 = 3\pi/2$. Інші розв'язки відрізняються від $\alpha_{1,2}$ на $2\pi n$, де $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), причому, розв'язок $\alpha_2 = 3\pi/2$ є стійким.

З виразу (1.9) випливає, що найменше відхилення кута від стійкого значення $\alpha = \alpha_2$, призводить до появи вібраційного моменту (відновлювального моменту). Важливо, що вібраційний момент набуває або від'ємного або додатного значення. Отже, в стаціонарному режимі дія $V(\alpha)$ стає цілком певною: тільки гальмуючою або тільки обертаючою. Тобто, характер дії вібрації на обертання ротора визначається, перш за все, зсувом фаз, що встановилися, між обертальним і коливальним рухами.

На рис. 1.3 наведено графічну інтерпретацію викладеного (графічний розв'язок рівняння (1.10)). Стаціонарним режимам обертання ротора відповідають абсциси точок перетину графіків функцій $y_1 = L(\omega) - R(\omega)$ і $y_2 = V_{\max} \cos \alpha$; для випадку $\omega_0 = \omega$, графік y_1 - пряма збігається з віссю абсцис. Звичайно, зростання ординати y_2 свідчить про збільшення вібраційного моменту; при цьому вище осі абсцис відкладений

гальмуючий, нижче - крутний момент (відповідно, горизонтальні стрілки на графіку зміни моменту спрямовані вліво і вправо).

Отже, при видаленні ротора від стійкого положення ($\alpha_2 = 3\pi/2$) у бік збільшення кута α ($\alpha > \alpha_2$, ротор «обганяє» вібрацію) вібраційний момент гальмуватиме ротор. І навпаки, при віддаленні ротора від стійкого положення у бік зменшення кута α (ротор «відстає» від вібрації) $V(\alpha)$ – підштовхувати ротор. Під час руху ротора поблизу нестійкого положення ($\alpha_1 = \pi/2$) вібраційний момент буде прагнути віддалити ротор від цього положення.

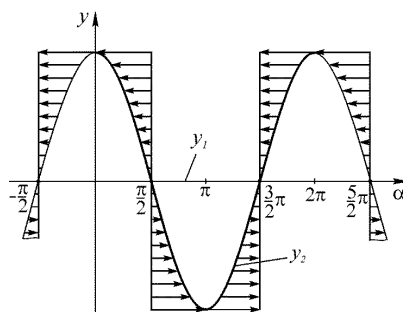


Рис. 1.3. Графічна інтерпретація стаціонарних режимів руху ротора та їх стійкості (випадок $\omega_0 = \omega$)

Розглянемо рівняння швидких рухів неврівноваженого ротора (1.8). Подамо рівняння (1.8) у вигляді (дією сили тяжіння нехтуємо):

$$I\ddot{\psi} + k\dot{\psi} + c_{\psi}\psi = -V_{\max} \cos 2\omega t, \quad (1.12)$$

$$\text{де } c_{\psi} = -V_{\max} \sin \alpha.$$

З викладеного випливає, що у стійких стаціонарних режимах коефіцієнт жорсткості буде сталим та додатнім c_{ψ} ; за $\omega \approx \omega_0$ значення функції $\sin \alpha$ буде близьким до одиниці.

Звісно ж, момент V_{\max} може бути досить великим. Таким чином, в режимі вібраційного захоплення обертання рівняння швидких рухів набуває вигляду рівняння коливального типу:

$$p_{\psi} = \sqrt{-\frac{V_{\max}}{I} \sin \alpha} \approx \omega \sqrt{\frac{m \varepsilon A}{2I}},$$

що виражає власну частоту коливань невірноваженого ротора.

Отже, у разі рівних (близьких) частот обертання ротора та вібрації при встановленні режиму вібраційного захоплення матиме місце виражений перехідний процес з основною повільною частотою p_{ψ} ; в усталеному режимі амплітуди коливань швидкості ротора будуть відносно невеликими; при цьому їх величина буде істотно залежати від вібраційного моменту; зі зростанням інтервалу $\Delta \omega$ коефіцієнт жорсткості c_{ψ} (частота p_{ψ}) швидко зменшується. Звернемо увагу, що в режимі вібраційного захоплення мають місце тільки високочастотні коливання ротора.

Розглянемо випадок, коли умова (1.11) не виконується та відповідно режим вібраційного захоплення обертання не встановився. Нехай, ротор обертається з деякою частотою $\dot{\phi}$, близькою до частоти рівномірного обертання ω_0 ; при цьому частоти ω_0 і ω задовольняють умові $|\omega_0 - \omega| \ll \omega_0 + \omega$. Використовуючи метод прямого поділу рухів, приходимо до рівняння повільних рухів ротора у вигляді (1.7), де $V = -m \varepsilon \omega_0^2 A \langle \cos(\omega t + \gamma) \cos \omega t \rangle$; $\gamma = (\omega_0 - \omega)t + \alpha$.

Очевидно, що зсув фаз γ можна вважати повільною функцією часу. При врахуванні того, що повільні змінні можна вважати константами («замороженими»), отримуємо $V = V(\gamma) = -V_{\max} \cos \gamma$. Тоді рівняння (1.7) подаємо у вигляді:

$$I \ddot{\alpha} + k \dot{\alpha} = L(\omega) - R(\omega) - V_{\max} \cos \Delta \omega t \quad (1.13)$$

Як бачимо, у розглядуваному наближенні, зміни вібраційного моменту відбуватимуться за гармонійним законом; середнє за період значення $V(\gamma)$ дорівнюватиме нулю. Тим не менш, оскільки зміни $V(\gamma)$ будуть повільними, можна говорити про середню дію вібрації. Отже, протягом досить тривалого проміжку часу $t = T_V/2$ ($T_V = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \gg T_\omega$), на ротор почергово діятиме то крутний, то гальмуючий вібраційний момент. Зазначимо, що максимальна величина такого моменту (V_{\max}) може бути значною.

Очевидно, що внаслідок повільних періодичних змін вібраційного моменту матимуть місце коливання швидкості ротора $\dot{\alpha}$ з частотою $\Delta\omega$. Наближено амплітуди таких коливань A_α можна оцінити виразом:

$$A_\alpha = \frac{V_{\max}}{I\Delta\omega}.$$

З (8), неважко отримати вираз для амплітуд швидких коливань частоти ротора:

$$A_\psi = \frac{V_{\max}}{2I\omega}.$$

Як бачимо, $A_\alpha \gg A_\psi$. Отже, якщо режим вібраційного захоплення не встановився, то коливання швидкості ротора будуть значно більшими, ніж у разі встановлення такого режиму. Великі амплітуди низькочастотних коливань можуть становити небезпеку для приводу.

1.1.5. Порівняння отриманих аналітичних результатів з результатами комп'ютерного моделювання ефекту вібраційного захоплення обертання неврівноваженого ротора

Чисельне розв'язування рівняння (1.1) проводилося у математичному пакеті Maple 14 з використанням динамічної моделі асинхронного електродвигуна.

Базові параметри у рівнянні (1.1) задавалися такими: $m = 20\text{kg}$; $\varepsilon = 0,02\text{m}$; $I = 0,05\text{kg} \cdot \text{m}^2$; $A_y = 0,002\text{m}$; електродвигун потужністю $P = 1,5\text{kW}$ із синхронною частотою обертання $n_c = 1500\text{rtm}$. Після пуску електродвигуна та встановлення стаціонарного режиму обертання вісь ротора починає (у момент часу $t = 1,1\text{s}$) здійснювати вертикальні гармонічні коливання за законом $y = A_y \cos \omega t$. Продемонстровано встановлення режиму вібраційного захоплення обертання ротора для випадків коли частота вібрації осі ω більша (рис. 1.4 і рис. 1.5) або менша (рис. 1.6 і рис. 1.7) частоти обертання ротора до виникнення вібрації ω_0 .

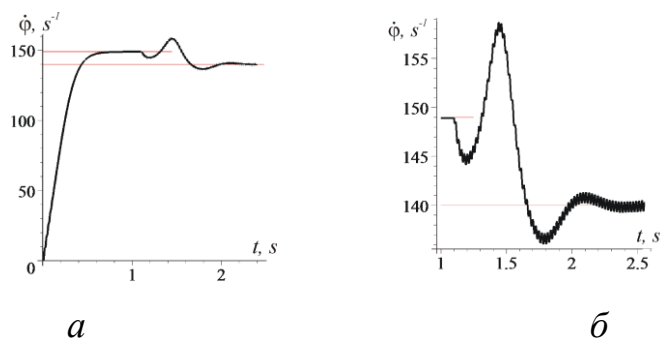


Рис. 1.4. Зміни у часі частоти ротора (випадок $\omega < \omega_0$): а) з моменту пуску; б) з моменту часу $t = 1\text{s}$

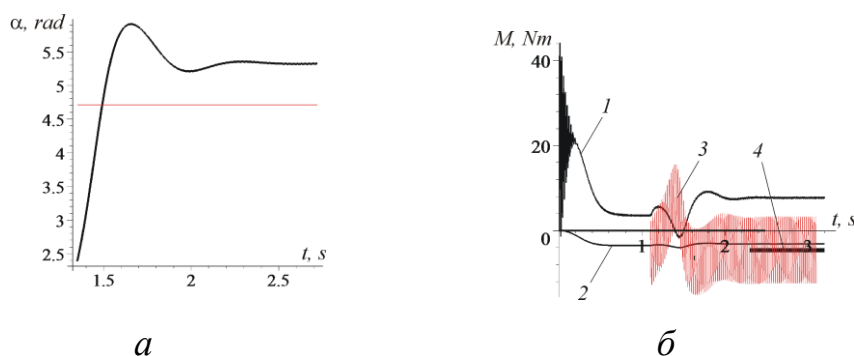


Рис. 1.5. Зміни у часі (випадок $\omega < \omega_0$): а) зсуву фаз α ; б) моментів: 1- L ; 2- R ; 3- $M^i = m\varepsilon\omega^2 A_y \cos \varphi \cos \omega t$; 4 - V

З графіків чітко видно, що після встановлення стаціонарного режиму:

- середня частота обертання ротора стабілізується на рівні частоти вібрації (рис. 1.4 – $\omega = 140 s^{-1}$ і рис. 1.6 – $\omega = 155 s^{-1}$, при $\omega_0 = 148,9 s^{-1}$);

- зсув фаз стає сталим (рис. 1.5, а – $\alpha = 5,34 rad > \alpha_2$ і рис. 1.7, а – $\alpha = 4,32 rad < \alpha_2$);

- дія вібрації, в середньому, стає однозначною гальмуючою (рис. 1.5, б – $V = -4,5 N / m$) або обертаючою (рис. 1.7, б – $V = 3,5 N / m$).

При встановленні стаціонарного режиму можна спостерігати нетривалий перехідний процес з великою амплітудою коливань і частотою p_{ψ} . Важливо, що в усталеному режимі руху мають місце лише високочастотні коливання швидкості ротора (з частотою $314 s^{-1} \approx 2\omega$), а низькочастотні – відсутні.

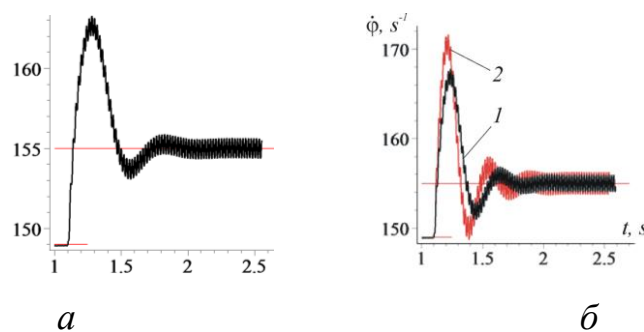


Рис. 1.6. Зміни в часі частоти ротора (випадок $\omega > \omega_0$): а) базові параметри системи; б) 1 – $A_y = 0,003 m$; 2 – $A_y = 0,004 m$

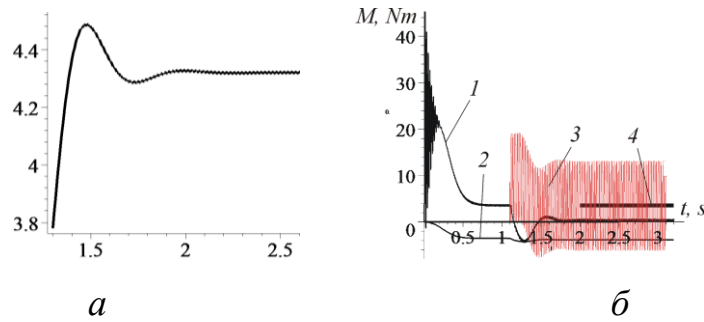


Рис. 1.7. Зміни в часі (випадок $\omega > \omega_0$):

а) зсуву фаз α ;

б) моментів: 1- L ; 2- R ; 3- M^i ; 4- $V(\alpha)$

На рис. 1.8 і рис. 1.9 продемонстровано можливість стабілізації частоти обертання ротора при незначних змінах навантаження. Незважаючи на те, що момент опору R на половину збільшувався або зменшувався ($t = 1,5 s$, рис. 1.9 (а) і (б), крива 2), частота обертання ротора (після нетривалого перехідного процесу) залишалася рівною частоті вібрації ($\omega = 140 s^{-1}$, рис. 1.8). Момент електродвигуна також залишався тим самим (рис. 1.9 (а) та (б), крива 1). Як впливає з графіків (рис. 1.9), зміна навантаження компенсується відповідними змінами вібраційного моменту.

У разі коли режим вібраційного захоплення обертання не встановився (зменшено амплітуду вібрації, $A_y = 0,0002 m$) мають місце відносно повільні (з частотою $9,1 s^{-1} \approx \Delta\omega$) коливання швидкості ротора (рис. 1.10, а, крива 1), моментів електродвигуна і сил інерції (рис. 1.10, б, криві 1, і 3).

Звернемо увагу, що, незважаючи на суттєве зменшення амплітуди вібрації, амплітуди коливань швидкості ротора помітно збільшилися.

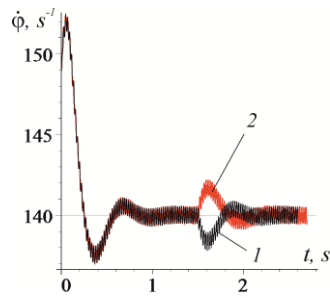


Рис. 1.8. Зміни в часі частоти ротора для випадку: 1- збільшення моменту сил опору R ; 2 – зменшення моменту опору R

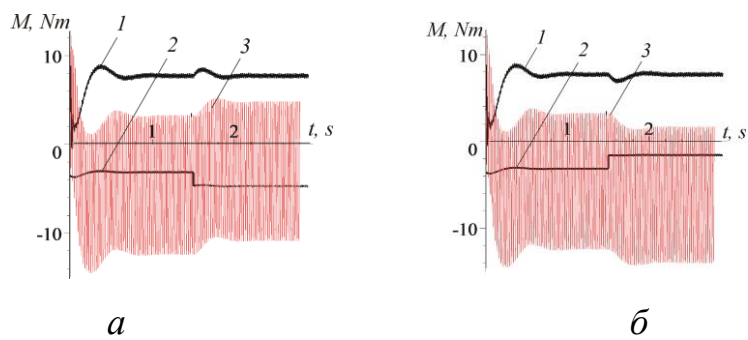


Рис. 1.9. Зміни в часі моментів – 1- L ; 2- R ; 3- M^i , для випадків:
 а) збільшення величини R ;
 б) зменшення величини R

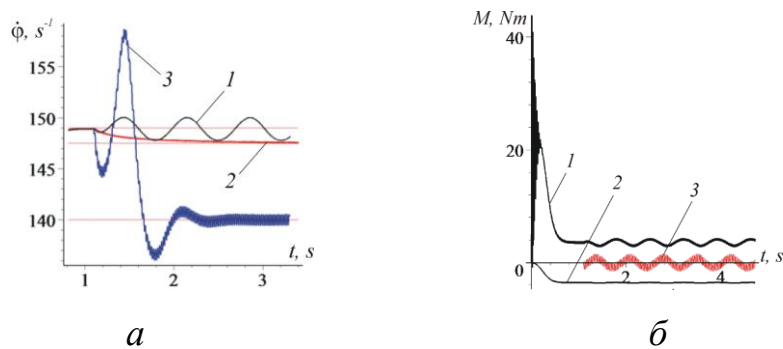


Рис. 1.10. Зміни в часі: а) частоти ротора:
 1 - режим вібраційного захоплення не встановився, $A_y = 0,0002m$, $\omega = 140s^{-1}$; 2 - $A_y = 0,002m$, $\omega = 147,5s^{-1}$; 3 - $A_y = 0,002m$, $\omega = 140s^{-1}$ (базовий режим, рис. 3, б);

б) діючих моментів (випадок $A_y = 0,0002m$): 1- $L(\dot{\varphi})$; 2- $R(\dot{\varphi})$; 3- M^i

На рис. 1.10 (а) продемонстровано можливість виникнення режиму вібраційного захоплення при мінімальних амплітудах вібрації ($A_y = 0,0002m$) у разі досить близьких частот ω_0 та ω ($\omega = 147,5 s^{-1}$, $\omega_0 = 148,9 s^{-1}$). Як бачимо, після $t = 2,5 s$ частота обертання ротора стає рівною частоті вібрації (рис. 1.10 а, крива 2). Важливим є те, що наслідком встановлення режиму вібраційного захоплення є значне зменшення коливань ротора.

1.1.6. Аналіз результатів. Висновки.

Як бачимо, вплив вібрації зручно оцінювати за допомогою вібраційного моменту вібрації – середнього за період коливань значення моменту переносних сил інерції діючих на неврівноважений ротор.

З (1.4) випливає, що при фіксованих для конкретного механізму параметрів ротора та вібрації осі (що характеризуються відповідно статичним моментом ротора $m\varepsilon$ та віброприскоренням осі $\omega^2 A$), дія вібрації визначається тільки величиною зсуву фаз.

Отже, у разі встановлення стаціонарного режиму вібраційного захоплення ($\alpha = const$), вплив вібрації в середньому стає однозначним: тільки гальмуючим, коли частота вібрації ротора менше початкової частоти його обертання; або тільки обертальним – при $\omega > \omega_0$. Як бачимо, вібрація може змінювати момент опору обертання ротора, і, отже, призводити до зміни швидкості руху; при цьому як зменшуючи, так і збільшуючи її.

Якщо режим вібраційного захоплення обертання не встановлюється, однозначного впливу вібрації на рух ротора не буде. Момент переносних сил інерції по черзі або гальмує, або підштовхує

ротор. Середня дія вібрації дорівнює нулю. При цьому поряд з високочастотними коливаннями ротора мають місце його низькочастотні коливання.

До того ж, при близькості частот ω_0 і ω може виникати режим руху ротора, що характеризується відносно повільними (розгойдуючими) коливаннями динамічного (вібраційного) моменту. Незважаючи на те, що в середньому дія вібрації рівна нулю, повільні зміни вібраційного моменту можуть спричинити великі коливання приводу.

Режим вібраційного захоплення обертання має властивість саморегулювання: зміни навантаження на ротор компенсуються змінами вібраційного моменту, тим самим частота ротора підтримується на рівні частоти вібрації. Ця обставина дозволяє стабілізувати частоту неврівноваженого ротора.

Рівняння (1.4) є рівнянням рівноваги середніх моментів, що діють на ротор. Воно також є рівнянням енергетичного балансу у системі.

Отже, у режимі вібраційного захоплення обертання ротора обов'язково має місце передача енергії. Залежно від того, яка з частот виявиться більшою, енергія буде передаватися або від ротора (двигуна) до джерела вібрації, або навпаки. Звернімо увагу, що відбувається не періодичний обмін енергією між ротором та джерелом вібрації, а її передача в одному напрямку. У стаціонарному режимі вібраційного захоплення – вібрація основи, на якій встановлено ротор, виконує роль каналу передачі потужності. "Пропускна здатність" такого каналу може бути порівняно великою.

1.2. Про вібраційне гальмування вібраційних машин з інерційним приводом та двигуном обмеженої потужності при пуску. Вібраційне гальмування обертання незрівноваженого ротора, ефект Зоммерфельда

У більшості існуючих вібраційних машин та пристроїв коливання збуджуються інерційними механічними віброзбудниками. Такі віброзбудники, зазвичай являють собою незрівноважені ротори, які приводяться в обертання від асинхронних електродвигунів.

Незрівноважені ротори, ланки та механізми не рідко зустрічаються також в транспортних засобах та в машинних агрегатах. Поведінка динамічних систем з незрівноваженими роторами характеризується низкою практично-цікавих закономірностей. Зокрема, вібраційним гальмуванням обертання незрівноваженого ротора поблизу однієї з власних частот системи. Ця закономірність являє собою один із проявів, явища названого ефектом Зоммерфельда.

1.2.1. Опис системи. Рівняння руху

В теперішній час широкого застосування набули вібромашини, що працюють у режимі прямолінійних гармонічних коливань. Схему розглядуваної найпростішої коливальної системи, у якій, однак, повною мірою проявляються досліджувані ефекти, наведено на рис. 1.11. Зазначимо, що основні закономірності динамічної поведінки доволі складних реальних систем та практично корисні висновки й рекомендації щодо забезпечення бажаних властивостей, зазвичай вдається з'ясувати шляхом вивчення відповідних найпростіших моделей.

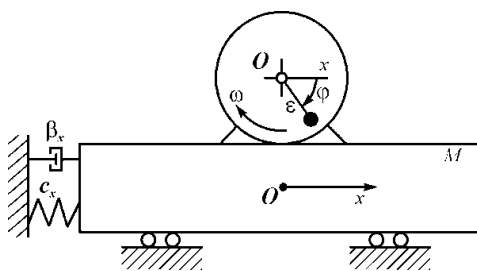


Рис. 1.11. Вібротомашина з прямолінійним коливанням робочого органу

Колівальна система являє собою несуче тверде тіло (вібруючий робочий орган), що може зміщуватися лише в одному фіксованому напрямку, що є пов'язаним з нерухомою основою за допомогою пружних та демпфуючих елементів, на якому жорстко закріплено дебалансний вібротбудник, що приводиться в обертання від електродвигуна.

Під час обертання незрівноваженої маси дебаланса виникає відцентрова сила інерції, яка збуджує малі вимушені коливання несучого тіла. Система характеризується двома узагальненими координатами:

- кутом повороту вібротбудника φ , який відраховується за рухом стрілки годинника від додатного напрямку осі Ox ;

- горизонтальним зміщенням несучого тіла x від положення статичної рівноваги.

Опір коливанням несучого тіла врахуємо у вигляді сили в'язкого тертя $\beta\dot{x}$, пропорційної узагальненій швидкості. Отже, вважаємо, що колівальна частина системи лінійна. Рівняння руху такої системи запишемо у вигляді:

$$I\ddot{\varphi} = L(\dot{\varphi}) - R(\dot{\varphi}) + m\varepsilon(\ddot{x}\sin\varphi + g\cos\varphi), \quad (1.14)$$

$$M\ddot{x} + \beta_x\dot{x} + c_x x = m\varepsilon(\ddot{\varphi}\sin\varphi + \dot{\varphi}^2\cos\varphi), \quad (1.15)$$

де I – сумарний момент інерції вібротбудника відносно осі обертання;

m, ε – відповідно, маса дебаланса та його ексцентриситет;

M – сумарна пружно закріплена маса несучого тіла;

β_x – коефіцієнт опору лінійного демпфуючого елемента;

c_x – поздовжня жорсткість пружини, пов'язана зі зміщенням несучого тіла в напрямку осі Ox ;

$L(\dot{\varphi}), R(\dot{\varphi})$ – момент електродвигуна та момент сил опору обертанню.

При цьому, механічна характеристика двигуна вважається відомою, а опір обертанню віброзбудника обумовлюється, переважно, опором у підшипниках і є пропорційним квадрату частоти. Зазначимо, що для дослідження як усталених так і деяких неусталених режимів руху яких, за функцію $L(\dot{\varphi})$ можна взяти, так звану, статичну характеристику електродвигуна. Залежність статичної характеристики лише від частоти обертання $\dot{\varphi}$ характерна для електродвигунів асинхронного типу та двигунів постійного струму. Для вібраційних машин з дебалансним приводом з-поміж неусталених режимів руху найбільш цікавим є період розбігу (вибігу), в якому проявляється так званий ефект Зоммерфельда. У цей проміжок часу кутова швидкість ротора зростає достатньо повільно, тобто $d\varphi/dt$ мало змінюється протягом одного періоду коливань. Отже, має місце, так званий, режим руху, близький до усталеного.

Зауважимо, якщо при розбігу зарезонансної вібромашини ефект Зоммерфельда ніяк не проявляється, то це свідчить про завищену потужність електродвигуна. Звичайно, застосування двигуна завищеної потужності є економічно недоцільним. Якщо потужність двигуна вибрано правильно, при пуску вібромашин ефект Зоммерфельда у меншій чи більшій мірі завжди проявляється. Отже, розгляд саме такого режиму руху є практично важливою задачею.

Зупинимося детально на процесі розбігу дебалансного віброзбудника. Зазначимо, що дію моменту сил ваги на динаміку ротора збудника не враховуємо. Очевидно, що у перший період часу після пуску двигуна, частота збудника зростає так само, як і у разі його обертання на нерухомій основі – лінійно. Отже, рух збудника до досягнення ним

резонансної частоти можна розглядати як рівноприскорений з деяким сталим пришвидшенням $\ddot{\varphi} = \varepsilon_1$. Звичайно, у цей період часу частота $\dot{\varphi}$ є досить малою. Отже в правій частині рівняння (1.14) можна знехтувати другим і третім доданками (які залежать від квадрата частоти). Таким чином, має місце ніби пуск двигуна без навантаження: вібраційний момент V ще практично відсутній, а момент сил опору R істотно менший, за пусковий момент двигуна. Більше того, до резонансу момент опору R можна прийняти навіть рівним нулю. Отже, пришвидшення ротора та час розбігу до резонансної частоти можна оцінити за наближеними формулами: $\varepsilon_1 \approx L_n / I$, $t = p_x / \varepsilon_1$, де $p_x = \sqrt{c_x / M}$ – частота власних коливань динамічної системи; L_n – пусковий момент двигуна.

Зазначимо, що для розглядуваного класу вібромашин з м'яко віброізолюваним несучим тілом, при розбігу електромагнітний момент двигуна можна наближено вважати сталим та рівним пусковому моменту, оскільки, як відомо, сили високої частоти не викликають відчутних коливань у низькочастотній коливальній системі. Остання, ніби не встигає реагувати на досить швидкі зміни збурюючої сили (коливання електромагнітного моменту в початковий період пуску асинхронного двигуна відбувається з частотою, близькою до частоти коливань мережі живлення, $f = 50 \text{ Гц} \gg p_x = 3 \dots 7 \text{ Гц}$).

У рівнянні (1.14) момент $M^i = m\varepsilon\ddot{x}\sin\varphi$ відображає зворотній вплив коливань несучого тіла на рух віброзбудника. Середнє значення додаткового моменту, що діє на ротор збудника внаслідок коливань його осі називають вібраційним моментом, $V = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} m\varepsilon\ddot{x}\sin\varphi d\tau$. Вібраційний момент являє собою додаткове приведенне навантаження на ротор двигуна, обумовлене коливаннями несучого тіла. Його вплив залежить від інтенсивності коливань й, звичайно, є максимальним у випадку резонансних коливань несучого тіла.

Для дослідження руху вібробудника при проходженні зони резонансу скористаємося методом прямого розділення рухів. Беручи до уваги, що детально розглядатимемо лише період розбігу, коли проявляється ефект Зоммерфельда, й, відповідно, частота $\dot{\varphi}$ змінюється досить повільно, розв'язки системи (1.14), (1.15) можна подати у вигляді:

$$\dot{\varphi} = \omega(t) + \dot{\psi}(t, \omega t), \quad x = x(t, \omega t) \quad (1.16)$$

де $\omega(t)$ – повільна, а $\dot{\psi}$ і x – швидкі функції часу τ , причому $\dot{\psi}$ і x є 2π -періодичними та їхні середні значення за період дорівнюють нулю:

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \dot{\psi}(t, \tau) d\tau = 0, \quad \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} x(t, \tau) d\tau = 0; \quad (1.17)$$

припускаємо також, що $\dot{\psi} \ll \omega$.

Підставимо перший вираз (1.16) у вихідне диференціальне рівняння (1.14) та усереднимо його праву та ліву частини за швидким часом τ . Віднявши одержане рівняння від вихідного, прийдемо до такої системи інтегро-диференціальних рівнянь повільних та швидких рухів ротора вібробудника:

$$I\dot{\omega} = L(\omega) - R(\omega) + \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \Phi(\ddot{x}, \varphi) d\tau, \quad (1.18)$$

$$I\ddot{\psi} + k\dot{\psi} = \Phi(\ddot{x}, \varphi) - \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \Phi(\ddot{x}, \varphi) d\tau, \quad (1.19)$$

де $\Phi(\ddot{x}, \varphi) = m\varepsilon\ddot{x} [\sin(\omega t + \alpha) + \psi \cos(\omega t + \alpha)]$.

При одержанні цієї системи виконано лінеаризацію правих частин рівнянь (1.14), (1.15) за ψ та виразів $L(\dot{\varphi})$, $R(\dot{\varphi})$ – поблизу значення $\dot{\varphi} = \omega$, за якого має місце «зависання» швидкості, причому $k = -\left. \frac{d(L-R)}{d\dot{\varphi}} \right|_{\dot{\varphi}=\omega} > 0$ – сумарний коефіцієнт демпфування, а $\varphi = \omega(t)t + \psi(t, \omega t) + \alpha(t)$.

Згідно методу прямого розділення рухів, спочатку знаходять наближені періодичні розв’язки рівнянь швидких рухів при сталих ω , $\dot{\alpha}$, t . У нульовому наближенні ($\psi = \psi^{(0)} = 0$), беручи до уваги, що $\ddot{\varphi} \ll \omega^2$, у правій частині рівняння (1.20) можна знехтувати першим доданком у порівнянні з другим. Тоді асимптотично стійким 2π -періодичним за τ розв’язком (1.19), який задовольняє умову (1.17), буде

$$x = x^{(0)} = A_x^{(0)} \cos(\omega t - \gamma_x), \quad (1.20)$$

що відповідає усталеним вимушеним коливанням несучого тіла при обертанні віброзбудника, за законом $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}^{(0)} = \omega t$, де позначено:

$$A_x^{(0)} = \frac{m\varepsilon\omega^2}{M\sqrt{(p_x^2 - \omega^2)^2 + 4b_x^2\omega^2}} = \frac{m\varepsilon\lambda^2}{M\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + 4h_x^2\lambda^2}},$$

$$\sin \gamma_x = \frac{2b_x\omega}{\sqrt{(p_x^2 - \omega^2)^2 + 4b_x^2\omega^2}}, \quad \lambda_x = \frac{\omega}{p_x}, \quad b_x = \frac{\beta_x}{2M}, \quad h_x = \frac{b_x}{p_x}.$$

Підставивши розв’язок (20) у праву частину рівняння повільних рухів (18) і виконавши усереднення, можна отримати наближену формулу для вібраційного моменту:

$$V(\omega) = V_{\max} \sin \gamma_x, \quad (1.21)$$

де $V_{\max} = \frac{m\varepsilon\omega^2 A_x^{(0)}}{2}$ - модуль (максимальне значення) вібраційного моменту.

Зазначимо, що при використанні формули (1.21) частота ω має бути попередньо визначеною. При відомому значенні ω та за умови розгляду проміжку часу, в якому має місце «застрягання» швидкості ротора, формула (1.21) є достатньо точною.

Звичайно вібраційний момент відображає середнє значення моменту переносних сил інерції, які діють на віброзбудник. У разі «застрягання» частоти двигуна кут γ_x , що характеризує відставання фази переміщення несучого тіла від фази збуджуючої сили, близький до 90° . Отже, вібраційний момент може набувати в резонансній зоні досить істотних значень. З формул (1.21) також випливає, що вібраційний момент завжди в середньому є гальмівним моментом, тобто він являє собою додаткове динамічне навантаження на ротор двигуна. Це означає, що він має максимум поблизу частоти власних коливань системи p_x , а його зміна має явно резонансний характер. Отже суттєва гальмівна дія вібраційного моменту помітно проявляється у порівняно вузькому діапазоні частот. Для зарезонансного усталеного режиму руху його середнє значення є істотно меншим, але розмах коливань – значно більшим, ніж для резонансного режиму.

Звичайно, чим більшого значення в зоні власної частоти набуває вібраційний момент, тим розбіг двигуна буде повільнішим і, відповідно, будуть мати місце більші резонансні коливання несучого тіла.

Наголосимо також, що в резонансній зоні величина гальмівного вібраційного моменту істотно залежить від власної частоти коливальної системи η , відповідно, жорсткості пружної підвіски несучого тіла. Зменшуючи власну частоту системи (жорсткість підвіски), тим самим

знижуємо величину гальмівного моменту, амплітуди коливань, а також потужність привода, необхідну для проходження зони резонансу.

Зазначимо, що при прояві ефекту Зоммерфельда ω близька до p_x , та наближено може бути визначена за рівнянням $L(\omega) = R(\omega) - V(\omega)$. Очевидно, щоб ротор не зупинився у резонансній зоні має виконуватися умова $L(\omega) > R(\omega) - V(\omega)$. Приймаючи до уваги, що у цей період розбігу момент сил опору R досить малий, а крутний момент двигуна наближено можна вважати рівним пусковому моменту, подамо дану умову у вигляді:
 $L_{\text{пуск}} > V_{\text{max}}$.

1.2.2. Коливання швидкості віброзбудника

Розглянемо рівняння швидких рухів ротора віброзбудника з урахуванням наступного наближення. Враховуючи, що під час прояву ефекту розглядувані рухи ротора збудника близькі до рівномірного обертання, введемо, згідно, в (1.19) малий параметр $\mu > 0$ і подамо це рівняння у вигляді:

$$I\ddot{\psi} = \mu\Psi_1, \quad (1.22)$$

де

$$\Psi_1 = m\varepsilon\ddot{x}^{(0)} \left[\sin(\omega t + \alpha) + \psi \cos(\omega t + \alpha) \right] - \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} m\varepsilon\ddot{x}^{(0)} \left[\sin(\omega t + \alpha) + \psi \cos(\omega t + \alpha) \right] d\tau - k\dot{\psi}.$$

Розв'язок рівнянь (1.22) будемо шукати у вигляді ряду за степенями малого параметра $\psi = \psi^{(0)} + \mu\psi^{(1)} + \dots$. Обмежимося членами, що містять μ у степені, не вище за першу. У результаті знаходимо вираз для швидкої функції ψ :

$$\psi^{(1)} = \frac{m\varepsilon A_x^{(0)}}{8I} \sin(2\omega t + 2\alpha + \gamma_x). \quad (1.23)$$

**Ярошевич М.П., Толстушко М.М.,
Мартинюк В.Л.**

РОЗДІЛ 2.

**КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ
АНАЛІТИЧНИМ МЕТОДОМ**

РОЗДІЛ 2. Кінематичний аналіз механізмів аналітичним методом

2.1. Загальні відомості

Кінематичний аналіз механізмів полягає в дослідженні руху ланок механізмів незалежно від сил, що спричиняють цей рух. Основним призначенням механізму є виконання необхідних рухів, які описуються через його кінематичні характеристики. До кінематичних характеристик відносяться траєкторії точок, координати точок і ланок механізму і, перш за все, його узагальнені координати, переміщення точок і ланок, їх швидкості і прискорення. До числа кінематичних характеристик відносяться також і такі, які не залежать безпосередньо від закону руху початкових (вхідних) ланок, а визначаються тільки будовою механізму, розмірами його ланок і, в загальному випадку, залежать від узагальнених координат. Це функції положення, аналоги швидкостей і прискорень точок і ланок механізму. Знання кінематичних характеристик є важливим для динамічних розрахунків.

За кінематичними характеристиками конструктор робить висновок про те, наскільки успішно виконана одна з основних задач проектування механізму – вибір структурної схеми і визначення розмірів ланок. Тобто, для створення механізму, який найкращим чином відповідає поставленим вимогам, потрібно знати методи визначення кінематичних характеристик механізму.

При кінематичному аналізі механізму повинні бути відомі кінематична схема механізму і закони руху його початкових ланок. Методи, які застосовуються для кінематичного аналізу механізмів, поділяються на три види: аналітичні, графоаналітичні, графічні. Аналітичні методи дозволяють встановити функціональну залежність між кінематичними і метричними параметрами та отримати необхідну точність

результатів. Найбільше застосування з аналітичних методів аналізу отримали метод замкнутих векторних контурів, розроблений В.А. Зінов'євим, і метод перетворення координат з використанням матриць, який запропонований Ю.Ф. Моришкіним. Останній метод, відомий в різних варіантах, часто називають матричним. Він особливо зручний для дослідження просторових механізмів.

Графоаналітичні і графічні методи (метод планів, кінематичних діаграм) характеризуються наочністю і відносною простотою, але не завжди можуть забезпечити достатню точність результатів. Вони використовуються в основному для плоских механізмів.

В русі більшості механізмів спостерігається періодичність. Всі кінематичні параметри механізмів (положення ланок, швидкості і прискорення) змінюються періодично. Тому кінематичне дослідження такого механізму достатньо провести лише для одного періоду.

Кінематичний аналіз механізму проводиться в наступному порядку: спочатку досліджується рух початкових (вхідних) ланок, а потім виконується кінематичний аналіз окремих структурних груп Ассура в порядку їх приєднання при утворенні механізму. В такому випадку у кожній структурній групі будуть відомі положення, швидкості і прискорення тих елементів кінематичних пар, до яких приєднується інша структурна група Ассура. Кінематичний аналіз кожної структурної групи Ассура повинен розпочинатись із визначення кінематичних параметрів внутрішніх пар групи. Потім визначаються положення, швидкості і прискорення інших характерних точок групи і кутові швидкості та прискорення її ланок. Кожному класу груп Ассура відповідає певний спосіб ведення кінематичного аналізу. Отже, перед кінематичним аналізом механізму необхідно провести його структурний аналіз, на основі якого встановлюється порядок приєднання груп Ассура.

При кінематичному дослідженні механізмів швидкості і прискорення ланок і точок, що їм належать, зручно виражати в функції

кута повороту φ або переміщення s початкової ланки, тобто в функції узагальнених координат механізму. Так, якщо кут повороту φ_k будь-якої ланки k заданий у вигляді функції $\varphi_k = \varphi_k(\varphi)$, то кутова швидкість ω_k цієї ланки може бути представлена так:

$$\omega_k = \frac{d\varphi_k}{dt} = \frac{d\varphi_k}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\varphi_k}{d\varphi} = \omega \omega_\varphi = \omega \varphi'_k, \quad (2.1)$$

де ω – кутова швидкість початкової ланки, с^{-1} ;

$\omega_\varphi = \varphi'_k = \frac{d\varphi_k}{d\varphi}$ – безрозмірна кутова швидкість ланки k , яка

називається аналогом кутової швидкості ланки k .

Таким чином, дійсна кутова швидкість ω_k дорівнює добутку кутової швидкості ω початкової ланки на аналог кутової швидкості φ'_k ланки k .

Диференціюючи рівняння (1.1) по часу t , отримаємо величину кутового прискорення ε_k ланки k :

$$\begin{aligned} \varepsilon_k = \frac{d\omega_k}{dt} &= \frac{d}{dt}(\omega \omega_\varphi) = \omega \frac{d\omega_\varphi}{dt} + \omega_\varphi \frac{d\omega}{dt} = \omega \frac{d\omega_\varphi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + \omega_\varphi \frac{d\omega}{dt} = \\ &= \omega^2 \frac{d\omega_\varphi}{d\varphi} + \varepsilon \omega_\varphi = \omega^2 \varepsilon_\varphi + \varepsilon \omega_\varphi = \omega^2 \varphi''_k + \varepsilon \varphi'_k, \end{aligned} \quad (2.2)$$

де φ''_k – аналог кутового прискорення ланки k .

Аналогічно можуть бути отримані рівняння для швидкості і прискорення будь-якої точки m ланки k . Нехай величина r_m є радіус-вектором, що визначає положення точки m . З теоретичної механіки відомо, що швидкість v_m і прискорення a_m точки m можуть бути отримані

послідовним двократним диференціюванням радіуса-вектора r_m по часу t .

Маємо:

$$v_m = \frac{dr_m}{dt} = \frac{dr_m}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dr_m}{d\varphi} = \omega v_\varphi = \omega r'_m, \quad (2.3)$$

де $v_\varphi = r'_m = \frac{dr_m}{d\varphi}$ – аналог швидкості точки m , який має розмірність

довжини.

Таким чином, дійсна швидкість v_m точки m рівна добутку кутової швидкості ω початкової ланки на аналог швидкості v_φ точки m .

Диференціюючи вираз (2.3) по часу t , отримаємо величину прискорення a_m точки m . Прискорення a_m в загальному випадку складається із чотирьох складових: нормального прискорення, напрямленого вздовж радіуса-вектора r_m до його початку, тангенціального прискорення, напрямленого перпендикулярно до радіуса-вектора r_m , відносного релятивного прискорення, напрямленого вздовж радіуса-вектора r_m , і коріолісового прискорення, напрямленого перпендикулярно до радіуса-вектора r_m .

Користуючись рівністю (2.3), отримаємо:

$$\begin{aligned} a_m &= \frac{dv_m}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega v_\varphi) = \omega \frac{dv_\varphi}{dt} + v_\varphi \frac{d\omega}{dt} = \omega \frac{dv_\varphi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + v_\varphi \frac{d\omega}{dt} = \\ &= \omega^2 \frac{dv_\varphi}{d\varphi} + \varepsilon v_\varphi = \omega^2 a_\varphi + \varepsilon v_\varphi = \omega^2 r''_m + \varepsilon r'_m. \end{aligned} \quad (2.4)$$

де $a_\varphi = r''_m = \frac{d^2 r_m}{d\varphi^2}$ – аналог прискорення точки m , який також має

розмірність довжини.

Таким чином, швидкості і прискорення ланок та їх точок можуть бути завжди виражені через відповідні аналоги швидкостей і прискорень та кутові швидкість і прискорення початкової ланки механізму. Якщо закон руху початкової ланки заданий у вигляді функції $s = s(t)$, де s – лінійне переміщення початкової ланки, то знаходження аналогів швидкостей і прискорень може бути зроблено аналогічно.

Оскільки аналоги швидкостей і прискорень залежать тільки від узагальненої координати механізму і не залежать від часу, то кінематичний аналіз механізму можна проводити виключно геометричним способом. Для цього, якщо початкова ланка входить в обертову кінематичну пару, повертають цю ланку на кути φ і визначають переміщення всіх інших ланок. Далі, якщо потрібно визначити швидкості і прискорення ланки k і її точки m , знаходять аналоги швидкостей і прискорень $\omega_\varphi, \varepsilon_\varphi, v_\varphi, a_\varphi$ і підставляють їх значення в рівняння (2.1), (2.2), (2.3), (2.4).

Аналоги швидкостей і прискорень використовуються в аналітичному методі В.А. Зінов'єва, для проведення кінематичного аналізу механізмів. Цей аналітичний метод аналізу механізмів часто називають методом замкнутих векторних контурів, оскільки в його основі лежать замкнуті векторні контури механізмів. Такий метод дуже зручний для проведення кінематичного аналізу плоских важільних механізмів будь-якої структури та може бути успішно застосованим в процесі курсового проектування з теорії механізмів і машин. Суть даного методу полягає в тому, що лінійні і кутові координати, швидкості і прискорення ланок, а також аналоги цих величин, визначаються у вигляді аналітичних виразів, які містять певне число алгебраїчних або тригонометричних операцій. Аналітичні вирази можуть визначати функцію явно, неявно або параметрично.

Вихідними даними є кінематична схема механізму, яка визначає його структуру і розміри ланок, а також залежності узагальнених координат механізму від часу. Якщо останні не задані, то рівняння

записують у вигляді функцій узагальнених координат, тобто визначаються вищезгадані аналоги кінематичних параметрів механізму. Аналітичні вирази записують також для координат, швидкостей і прискорень характерних точок механізму, для яких необхідно кількісно описати рух при проектуванні.

2.2. Застосування методу замкнутих векторних контурів для кінематичного аналізу механізмів

Суть методу полягає в наступному. Ланки механізму зображаються у вигляді векторів, які утворюють на кінематичній схемі механізму один або декілька замкнутих векторних контурів. Потім складають векторні рівняння замкнутості кожного контуру. Причому, векторні рівняння замкнутості складаються на основі відомих правил оперування з векторами, крім того, самостійно або згідно завдання вибирається напрямок обходу кожного контуру (за чи проти руху годинникової стрілки). Проектуючи вектори замкнутих векторних контурів на осі вибраної системи координат, отримують аналітичні залежності положень ланок від узагальнених координат механізму. Розв'язуючи отримані залежності відносно кутових та лінійних координат ланок, одержують функції положень ланок.

Зауважимо, що узагальнені координати є відомими функціями від часу і належать ці координати початковим (вхідним) ланкам механізму. Кількість узагальнених координат механізму встановлюється на основі його структурного аналізу. Встановлення функцій положень ланок є досить складним і відповідальним етапом кінематичного аналізу, оскільки вимагає навиків у розв'язанні систем нелінійних і трансцендентних рівнянь. Необхідно відмітити, що такі системи розв'язуються аналітичними або чисельними методами. Системи комп'ютерної

математики дають величезні можливості для аналітичного та чисельного розв'язання нелінійних рівнянь і систем рівнянь.

Диференціюючи двічі по часу рівняння проєкцій або функції положень, отримують формули для визначення швидкостей і прискорень ланок механізму. Якщо рівняння проєкцій або функції положень продиференціювати по узагальненій координаті, то будуть отримані формули для визначення аналогів швидкостей і прискорень ланок механізму. Користуючись формулами (2.1), (2.2), (2.3) і (2.4), визначають абсолютні значення швидкостей і прискорень ланок.

Напрямок векторів на ланках механізму необхідно вибирати так, щоб ці вектори вказували на послідовність побудови схеми механізму. Спочатку відмічаються нерухомі точки механізму. Напрямок векторів на нерухомих ланках механізму вибирається довільно. Далі, у вигляді вектора зображається початкова ланка механізму. Початок цього вектора співпадає з нерухомою точкою (центром шарніра, який сполучає початкову ланку зі стояком). Вектори, що зображають ланки в групах Ассура, можна направляти до внутрішньої кінематичної пари групи. В загальному, заміна ланок векторами відбувається за умови спрощення кінематичного аналізу механізму.

Після заміни ланок векторами на схемі механізму утворюються один або декілька замкнутих векторних контури, обходячи кожен контур в довільно вибраному напрямку, складають векторні рівняння їх замкнутості. У векторних рівняннях замкнутості векторам, які направлені проти напрямку обходу, присвоюється знак “мінус”.

Для прикладу, на рис. 2.1, а дано кінематичну схему шарнірно-важільного механізму, а на рис. 2.1, б представлено цей механізм у вигляді двох замкнутих векторних контурів OABCO та CBDC. Як видно, ланки 1, 2, 3, 4 замінено відповідними векторами $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3, \vec{l}_4$, положення яких на площині визнається через узагальнену координату φ_1 . Положення повзуна 5 визначається вектором \vec{l}_5 , який має змінний модуль. Спочатку

розглядають контур OABCO і складають для нього векторне рівняння замкнутості, попередньо прийнявши напрям обходу контуру за рухом годинникової стрілки.

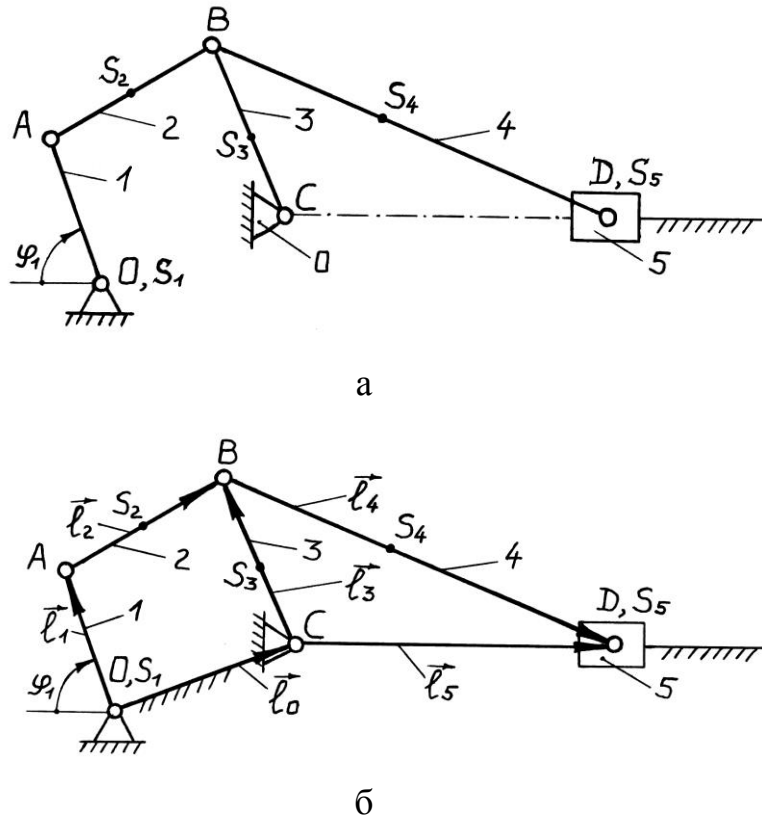


Рис. 2.1. Кінематична схема шарнірно-важільного механізму вібраційного конвейера (а) та його замкнуті векторні контури (б)

Після цього, аналогічно, встановлюється векторне рівняння замкнутості для контуру CBDC: $\vec{l}_3 + \vec{l}_4 - \vec{l}_5 = 0$. Проектуючи обидва векторні рівняння на вибрану прямокутну систему координат, встановлюють їх координатну форму і далі проводять розрахунки для визначення функцій положень, швидкостей і прискорень ланок механізму.

Для розв'язання рівнянь замкнутості вибирається система координат, на осі якої повинні проектуватися вектори замкнутих контурів. Зокрема, для плоских важільних механізмів вибирається прямокутна система координат, яку зв'язують із нерухомою ланкою (стояком або

рамою). За початок відліку координат приймають центр шарніра, який з'єднує початкову ланку зі стояком. Якщо в механізмі є нерухома направляюча для повзуна, то одну вісь координат рекомендується провести паралельно цій направляючій. Перпендикулярно до цієї осі координат проводиться інша вісь.

Кути між векторами, що зображають ланки, мають індекси. Спочатку записується індекс ланки, до якої відноситься даний кут, а потім індекс ланки, від якої відраховується цей кут. Нуль, який відноситься до стояка, опускається. Наприклад, кут φ_{21} відноситься до ланки 2 і відраховується від ланки 1. Кут φ_1 визначає положення ланки 1 і відраховується від стояка 0 (нерухомої ланки).

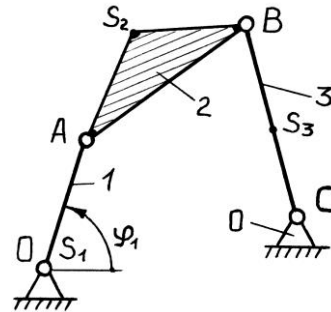
Додатній напрям відліку кутів задається на кінематичній схемі механізму. Якщо ж додатній напрям відліку не задано, тоді він вибирається самостійно. Значення швидкостей і прискорень ланок будуть додатніми, якщо їх напрямки співпадають із напрямками відліку відповідних кутів.

Особливо зручним даний метод кінематичного аналізу є для плоских важільних механізмів, які найчастіше зустрічаються в завданнях на курсове проектування з теорії механізмів і машин. Розпочинати кінематичний аналіз треба з вивчення структури, оскільки послідовність розрахунку замкнутих векторних контурів на схемі механізму визначається формулою його будови. В механізмах другого класу розраховується кожен контур. В механізмах більш високих класів векторні контури розраховуються тільки спільно.

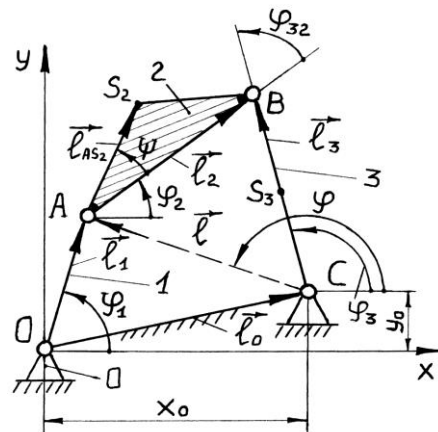
2.3. Приклади кінематичного аналізу плоских важільних механізмів методом замкнутих векторних контурів

Приклад 1. Механізм шарнірного чотириланковика (рис. 2.2, а). Схему цього механізму виконаємо у вигляді замкнутого векторного

контуру OABCO (рис. 2.2, б), якому відповідає наступне рівняння замкнутості:



а



б

Рис. 2.2. Кінематична схема механізму шарнірного чотириланковика (а) та його замкнуті векторні контури (б)

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 - \vec{l}_3 - \vec{l}_0 = 0. \quad (2.5)$$

Розглянемо векторний контур OABCO в прямокутній системі координат xOy. Відлік кутів нахилу векторів проводимо від додатнього напрямку осі Ox проти руху годинникової стрілки.

Приведемо векторне рівняння (2.5) в координатній формі:

$$\left. \begin{aligned} \ell_1 \cos \varphi_1 + \ell_2 \cos \varphi_2 &= x_0 + \ell_3 \cos \varphi_3; \\ \ell_1 \sin \varphi_1 + \ell_2 \sin \varphi_2 &= y_0 + \ell_3 \sin \varphi_3. \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Далі систему рівнянь (2.6) покажемо в наступному вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \ell_2 \cos \varphi_2 - \ell_3 \cos \varphi_3 &= x_0 - \ell_1 \cos \varphi_1; \\ \ell_2 \sin \varphi_2 - \ell_3 \sin \varphi_3 &= y_0 - \ell_1 \sin \varphi_1. \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

Введемо вектор $\vec{l} = \overline{CA}$, модуль якого дорівнює:

$$\ell = \sqrt{(x_0 - \ell_1 \cos \varphi_1)^2 + (y_0 - \ell_1 \sin \varphi_1)^2}. \quad (2.8)$$

Кут φ , між вектором \vec{l} та віссю Oх, визначається з виразів:

$$\cos \varphi = \frac{\ell_1 \cos \varphi_1 - x_0}{\ell}; \quad \sin \varphi = \frac{\ell_1 \sin \varphi_1 - y_0}{\ell}. \quad (2.9)$$

Рівняння системи (2.7) з врахуванням виразів (2.9) можна привести до вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \ell_3 \cos \varphi_3 - \ell_2 \cos \varphi_2 &= \ell \cos \varphi; \\ \ell_3 \sin \varphi_3 - \ell_2 \sin \varphi_2 &= \ell \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Візьмемо ліві і праві частини цих рівнянь до квадрату і додамо отримані рівняння. Після відповідних перетворень одержимо:

$$\cos(\varphi_3 - \varphi_2) = \frac{\ell_2^2 + \ell_3^2 - \ell^2}{2\ell_2\ell_3}, \quad (2.11)$$

де $\varphi_3 - \varphi_2 = \varphi_{32}$.

Кут φ_{32} може мати два значення, що відповідають двом варіантам зборки механізму. Якщо контур АВСА обходять за годинниковою стрілкою, то $0 < \varphi_{32} < 180^\circ$. В іншому випадку $180^\circ < \varphi_{32} < 360^\circ$.

Відповідно, в рівності:

$$\sin \varphi_{32} = a \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{32}}, \quad (2.12)$$

$a = +1$, якщо контур АВСА обходять за годинниковою стрілкою, і $a = -1$, якщо проти годинникової стрілки.

Рівняння (2.10) можна представити в такому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \ell_3 \cos \varphi_3 - \ell \cos \varphi &= \ell_2 \cos \varphi_2; \\ \ell_3 \sin \varphi_3 - \ell \sin \varphi &= \ell_2 \sin \varphi_2. \end{aligned} \right\}$$

Після перетворень:

$$\cos(\varphi - \varphi_3) = \frac{\ell_3^2 + \ell^2 - \ell_2^2}{2\ell_3\ell}. \quad (2.13)$$

Два значення кута $(\varphi - \varphi_3)$ також відповідають двом варіантам зборки механізму. Якщо контур АВСА обходять за годинниковою стрілкою, то $0 < \varphi - \varphi_3 < 180^\circ$, а якщо проти годинникової стрілки, то $180^\circ < \varphi - \varphi_3 < 360^\circ$. Відповідно, у рівності:

$$\sin(\varphi - \varphi_3) = a \sqrt{1 - \cos^2(\varphi - \varphi_3)}, \quad (2.14)$$

при першому варіанті зборки $a = +1$, а при другому $a = -1$.

Далі визначаємо кути φ_3 та φ_2 :

$$\varphi_3 = \varphi - (\varphi - \varphi_3); \quad (2.15)$$

$$\varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_{32}. \quad (2.16)$$

Двічі диференціюючи по часу рівняння (2.6), отримаємо вирази для кутових швидкостей і прискорень ланок 2 і 3:

$$\omega_2 = -\omega_1 \frac{\ell_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{\ell_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}, \quad (2.17)$$

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{\ell_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\ell_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}, \quad (2.18)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{-\ell_1 \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - \ell_2 \omega_2^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + \ell_3 \omega_3^2}{\ell_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} + \varepsilon_1 \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\ell_1 \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \ell_3 \omega_3^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + \ell_2 \omega_2^2}{\ell_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} + \varepsilon_1 \frac{\omega_3}{\omega_1}. \quad (2.20)$$

При рівномірному обертанні кривошипа ($\omega_1 = const$) останні доданки у рівностях (2.19) та (2.20), для кутових прискорень ланок, будуть рівні нулю.

Координати, проекції швидкостей і прискорень точок А, В, S₂ і S₃ можна визначити по формулам:

$$\left. \begin{aligned} x_A &= \ell_1 \cos \varphi_1; & y_A &= \ell_1 \sin \varphi_1; \\ \dot{x}_A &= -\ell_1 \omega_1 \sin \varphi_1; & \dot{y}_A &= \ell_1 \omega_1 \cos \varphi_1; \\ \ddot{x}_A &= -\ell_1 (\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1); \\ \ddot{y}_A &= -\ell_1 (\omega_1^2 \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cos \varphi_1). \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

$$\left. \begin{aligned} x_B &= x_0 + \ell_3 \cos \varphi_3; & y_B &= y_0 + \ell_3 \sin \varphi_3; \\ \dot{x}_B &= -\ell_3 \omega_3 \sin \varphi_3; & \dot{y}_B &= \ell_3 \omega_3 \cos \varphi_3; \\ \ddot{x}_B &= -\ell_3 (\omega_3^2 \cos \varphi_3 + \varepsilon_3 \sin \varphi_3); \\ \ddot{y}_B &= -\ell_3 (\omega_3^2 \sin \varphi_3 - \varepsilon_3 \cos \varphi_3). \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

$$\left. \begin{aligned}
x_{S_2} &= l_1 \cos \varphi_1 + l_{AS_2} \cos(\varphi_2 + \psi); \\
y_{S_2} &= l_1 \sin \varphi_1 + l_{AS_2} \sin(\varphi_2 + \psi); \\
\dot{x}_{S_2} &= -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_{AS_2} \omega_2 \sin(\varphi_2 + \psi); \\
\dot{y}_{S_2} &= l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_{AS_2} \omega_2 \cos(\varphi_2 + \psi); \\
\ddot{x}_{S_2} &= -l_1 (\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1) - \\
&\quad - l_{AS_2} (\omega_2^2 \cos(\varphi_2 + \psi) + \varepsilon_2 \sin(\varphi_2 + \psi)); \\
\ddot{y}_{S_2} &= -l_1 (\omega_1^2 \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cos \varphi_1) - \\
&\quad - l_{AS_2} (\omega_2^2 \sin(\varphi_2 + \psi) - \varepsilon_2 \cos(\varphi_2 + \psi)).
\end{aligned} \right\} (2.23)$$

$$\left. \begin{aligned}
x_{S_3} &= x_0 + l_{CS_3} \cos \varphi_3; & y_{S_3} &= y_0 + l_{CS_3} \sin \varphi_3; \\
\dot{x}_{S_3} &= -l_{CS_3} \omega_3 \sin \varphi_3; & \dot{y}_{S_3} &= l_{CS_3} \omega_3 \cos \varphi_3; \\
\ddot{x}_{S_3} &= -l_{CS_3} (\omega_3^2 \cos \varphi_3 + \varepsilon_3 \sin \varphi_3); \\
\ddot{y}_{S_3} &= -l_{CS_3} (\omega_3^2 \sin \varphi_3 - \varepsilon_3 \cos \varphi_3).
\end{aligned} \right\} (2.24)$$

Модулі швидкостей і прискорень цих точок:

$$\begin{aligned}
v_A &= l_1 |\omega_1|; & a_A &= l_1 \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2}; \\
v_B &= l_3 |\omega_3|; & a_B &= l_3 \sqrt{\omega_3^4 + \varepsilon_3^2}; \\
v_{S_2} &= \sqrt{\dot{x}_{S_2}^2 + \dot{y}_{S_2}^2}; & a_{S_2} &= \sqrt{\ddot{x}_{S_2}^2 + \ddot{y}_{S_2}^2}; \\
v_{S_3} &= \sqrt{\dot{x}_{S_3}^2 + \dot{y}_{S_3}^2}; & a_{S_3} &= \sqrt{\ddot{x}_{S_3}^2 + \ddot{y}_{S_3}^2}.
\end{aligned}$$

Приклад 2. Кривошипно-повзунний механізм (рис. 2.3, а). Початок правої прямокутної системи координат xOy співпадає з центром шарніра O (рис. 2.3, б), а вісь Ox паралельна лінії руху повзуна 3. Відлік кутів φ_1 і φ_2 проводимо від додатнього напрямку осі Ox проти руху годинникової стрілки. Умову замкнутості кінематичного ланцюга механізму представимо векторним рівнянням:

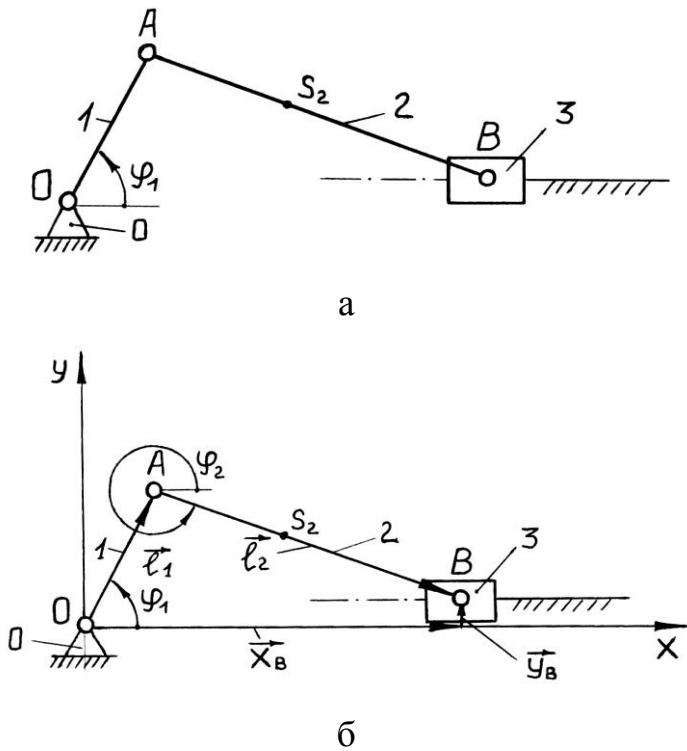


Рис. 2.3. Кінематична схема кривошипно-повзунного механізму (а) та його замкнутий векторний контур (б)

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{x}_B + \vec{y}_B.$$

Запишемо це рівняння в координатній формі:

$$\left. \begin{aligned} x_B &= l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2; \\ y_B &= l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2, \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

звідки

$$\sin \varphi_2 = \frac{y_B - l_1 \sin \varphi_1}{l_2};$$

$$\cos \varphi_2 = a_1 \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_2},$$

де

$$a_1 = \begin{cases} +1 & \text{при } x_B > x_A; \\ -1 & \text{при } x_B < x_A. \end{cases}$$

Двічі диференціюючи по часу рівняння системи (2.25), отримаємо вирази для визначення швидкостей і прискорень ланок:

$$\omega_2 = -\frac{\ell_1}{\ell_2} \omega_1 \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\ell_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + \ell_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2}{\ell_2 \cos \varphi_2} + \varepsilon_1 \frac{\omega_2}{\omega_1};$$

$$v_B = \frac{\ell_1 \omega_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos \varphi_2};$$

$$a_B = -\frac{\ell_1 \omega_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \ell_2 \omega_2^2}{\cos \varphi_2} + \varepsilon_1 \frac{v_B}{\omega_1}.$$

Координати, проекції векторів швидкості і прискорення точки А можна визначити по формулам (2.21), а точки S – по формулам (2.23), якщо прийняти $\psi = 0$.

Для визначення x_B , v_B і a_B можна використати наближені формули:

$$x_B = \ell_1 \left(\cos \varphi_1 + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{2} (\lambda \sin \varphi_1 - \chi)^2 \right) \right);$$

$$v_B = -\ell_1 \omega_1 \left(\sin \varphi_1 + \frac{\lambda}{2} \sin(2\varphi_1) - \chi \cos \varphi_1 \right);$$

$$a_B = -\ell_1 \omega_1^2 \left(\cos \varphi_1 + \lambda \cos(2\varphi_1) + \chi \sin \varphi_1 \right),$$

де $\lambda = \ell_1/\ell_2$; $\chi = y_B/\ell_2$ – безрозмірні метричні параметри механізму.

Формула для визначення a_B справедлива при $\omega_1 = const$. Наближені формули представляють собою функції тільки одного аргументу – узагальненої координати φ_1 . При $\lambda \leq 1/3$ вони забезпечують достатню для інженерних розрахунків точність.

Приклад 3. Кулісний механізм (рис. 2.4, а). Для контуру ВОАВ (рис. 2.4, б) складемо векторне рівняння замкнутості:

$$\vec{l}_3 = \vec{l}_0 + \vec{l}_1,$$

якому відповідають наступні рівняння проєкцій на осі прямокутної системи координат xOy :

$$\left. \begin{aligned} l_3 \cos \varphi_3 &= l_1 \cos \varphi_1; \\ l_3 \sin \varphi_3 &= l_0 + l_1 \sin \varphi_1. \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

З рівнянь системи (2.26) можна отримати формули для визначення кутової координати φ_3 куліси 3 і відрізка l_3 :

$$\cos \varphi_3 = \frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_3}; \quad \sin \varphi_3 = \frac{l_0 + l_1 \sin \varphi_1}{l_3};$$

$$l_3 = \sqrt{l_0^2 + l_1^2 + 2l_0l_1 \sin \varphi_1}.$$

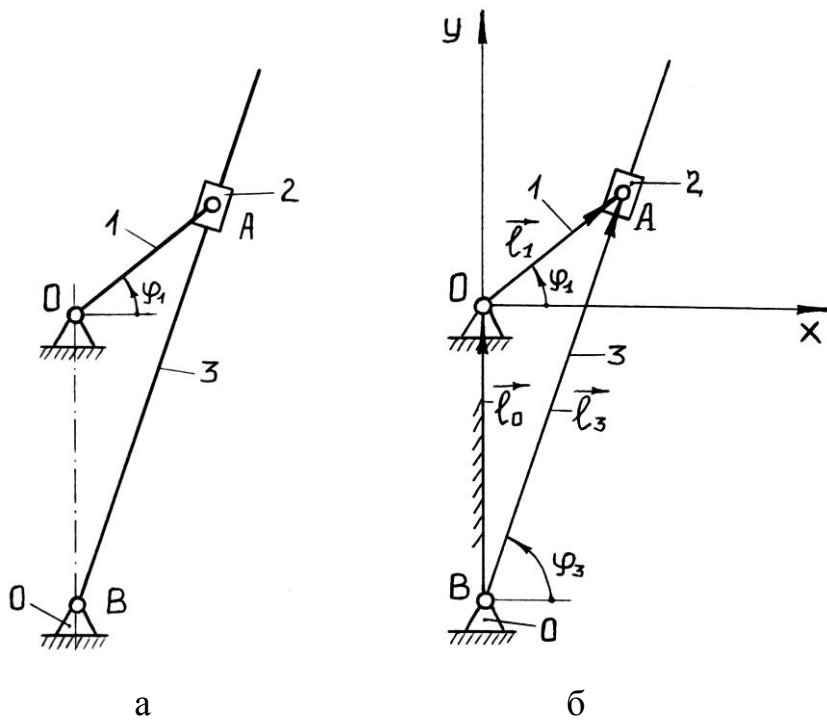


Рис. 2.4. Кінематична схема кулісного механізму (а) та його замкнутий векторний контур (б)

З рівнянь системи (2.26) можна отримати формули для визначення кутової координати φ_3 куліси 3 і відрізка l_3 :

$$\cos \varphi_3 = \frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_3}; \quad \sin \varphi_3 = \frac{l_0 + l_1 \sin \varphi_1}{l_3};$$

$$l_3 = \sqrt{l_0^2 + l_1^2 + 2l_0 l_1 \sin \varphi_1}.$$

В даному кулісному механізмі при $l_1 < l_0$ куліса 3 буде здійснювати коливальний рух, а при $l_1 > l_0$ – вона буде обертатись.

Двічі диференціюючи рівняння (2.26), отримаємо формули для визначення швидкостей і прискорень ланок механізму.

Кутова швидкість куліси:

$$\omega_3 = \frac{\ell_1}{\ell_3} \omega_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3).$$

Швидкість ковзання кулісного каменя 2 вздовж куліси 3:

$$v_{A_2A_3} = -\ell_1 \omega_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3).$$

Кутове прискорення куліси 3:

$$\varepsilon_3 = \frac{2\omega_3 v_{A_2A_3} + \ell_1 \omega_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{\ell_3} + \varepsilon_1 \frac{\omega_3}{\omega_1}.$$

Відносне прискорення ковзання кулісного каменя вздовж куліси:

$$a_{A_2A_3}^r = \ell_3 \omega_3^2 - \ell_1 \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + \varepsilon_1 \frac{v_{A_2A_3}}{\omega_1}.$$

Координати, проекції векторів швидкості і прискорення центра шарніра А визначаються по формулам (2.21), а точки А₃, яка знаходиться на кулісі 3, за наступними формулами:

$$\begin{aligned}x_{A_3} &= x_A; & y_{A_3} &= y_A; \\ \dot{x}_{A_3} &= -\ell_3 \omega_3 \sin \varphi_3; & \dot{y}_{A_3} &= \ell_3 \omega_3 \cos \varphi_3; \\ \ddot{x}_{A_3} &= -\ell_3 (\omega_3^2 \cos \varphi_3 + \varepsilon_3 \sin \varphi_3); \\ \ddot{y}_{A_3} &= -\ell_3 (\omega_3^2 \sin \varphi_3 - \varepsilon_3 \cos \varphi_3).\end{aligned}$$

Модулі швидкості і прискорення точки A_3 дорівнюють:

$$v_{A_3} = \ell_3 |\omega_3|; \quad a_{A_3} = \ell_3 \sqrt{\omega_3^2 + \varepsilon_3^2}.$$

Питання для самоконтролю

1. Задачі кінематичного аналізу механізмів.
2. Методи кінематичного аналізу механізмів, їх порівняння.
3. В чому полягає перевага аналітичних методів над графічними та графоаналітичними методами кінематичного аналізу?
4. В чому заключається аналітичний метод замкнутих векторних контурів кінематичного аналізу?
5. Що таке аналоги кінематичних параметрів механізму?
6. Як визначити аналоги швидкості і прискорення ланки механізму?
7. Як визначити аналоги швидкості і прискорення будь-якої точки механізму?
8. Що таке замкнутий векторний контур для механізму?
9. Порядок проведення кінематичного аналізу методом замкнутих векторних контурів.
10. Що повинно бути задано для проведення кінематичного аналізу будь-якого механізму?
11. Як отримується координатна форма рівнянь замкнутості?
12. Чому структурний аналіз механізму проводиться перед його кінематичним аналізом?

Ярошевич М.П., Толстушко М.М.

РОЗДІЛ 3.

ВІБРАЦІЙНА МЕХАНІКА МЕХАНІЗМІВ ТА МАШИН

РОЗДІЛ 3. Відомості по роботі з ЕОМ в середовищі системи комп'ютерної математики Maple V

3.1. Загальні відомості про Maple V

Maple V – універсальна система комп'ютерної математики, потужний інструмент для розв'язання математичних задач будь-якої складності. Остання версія Maple V Release 7.0 містить понад 5000 вбудованих функцій і є лідером серед інших систем комп'ютерної математики (Derive, Excel, MuPAD, Mathcad, Mathematica, MATLAB) по символічним (аналітичним) обчисленням. Maple V Release 7.0 має власну математично-орієнтовану мову програмування високого рівня, зручний інтерфейс, який базується на сучасних засобах Windows, потужні бібліотеки вбудованих і додаткових функцій, величезні графічні можливості, зручну для користування довідкову систему.

Крім того, Maple V Release 7.0 інтегрована з іншими системами комп'ютерної математики, офісними програмами, Internet, алгоритмічними мовами програмування. В Internet на сайті фірми Waterloo Maple Inc. є сотні мегабайт прикладних програм розроблених на Maple користувачами з усіх куточків світу (<http://www.maplesoft.com>).

Система Maple V створена групою символічних обчислень (The Symbolic Group) університету Ватерлоо (штат Онтаріо, Канада). Maple V інтегрована система, яка об'єднує в собі [1 – 3]:

- потужну мову програмування високого рівня (Maple-мова програмування застосовується для інтерактивного спілкування з системою);
- зручний редактор для підготовки і редагування документів та програм;
- сучасний багатовіконний інтерфейс з можливістю роботи в діалоговому режимі;

- потужну довідкову систему з багатьма тисячами прикладів;
- ядро алгоритмів і правил перетворення математичних виразів в символічній формі;
- програмні чисельний і символічний процесори;
- систему діагностики написаних програм;
- бібліотеки вбудованих і додаткових функцій;
- пакети розширення і застосування системи.

Основою символічних операцій Maple V є ядро системи, яке завантажується в оперативну пам'ять ЕОМ і досягає 8-10 Мбайт. Робота з Maple V відбувається в режимі сесії (session) – користувач вводить речення (команди, вирази, процедури), які сприймаються і інтерпретуються Maple. Те, що при цьому появляється на екрані дисплея, умовно розділяється на три частини.

Область вводу (Input Region), яка складається із набраних речень (шрифтом червоного кольору), область виводу (Output Region), текст якої представлений шрифтом синього кольору, а також текстову область для різного роду коментарів (Text Region). Область виводу може включати результати виконання математичних і алгоритмічних операцій, а також графічні образи (графіку). На рис. 3.1 представлена копія вікна Maple V Release 7.0 з простими прикладами, в яких реалізуються операції диференціювання та інтегрування функцій. Як видно з рис. 3.1, в області вводу (Input Region) функції та операції над ними можуть зображатись в звичайній формі запису. Вікно системи Maple V, як і будь-яке вікно програми під Windows, має наступні елементи:

- верхній рядок заголовка з кнопками керування вікном;
- рядок меню, що містить 9 пунктів меню для керування програмою;
- панель інструментів, яка складається із кнопок керування програмою;
- смуги прокрутки, яка призначена для пересування по документу;
- рядок стану, де видається інформація про роботу програми;

- робоче вікно – основне робоче поле для оформлення документу Maple.

Математичні палітри інструментів призначені для введення необхідних математичних об'єктів за допомогою “миші”.

В загальному, стандартна команда Maple V має наступну форму:

- `command (par1, par2,..., parn);`
- `with (package).`

У формі **command** – ім'я команди, а **par1, par2,..., parn** – її параметри.

Частина команд Maple V викликається безпосередньо, перед використанням інших необхідно спочатку завантажити їх в оперативну пам'ять ЕОМ командою **readlib**. Крім того, багато команд є частиною пакетів (бібліотек), і перед запуском команди пакет повинен бути викликаний командою **with (package)**.

Тут **package** – ім'я пакету. Після цього всі команди пакету будуть доступні безпосередньо. Якщо потрібно визвати лише одну команду, тоді користуються наступною конструкцією **with (package, command)**.

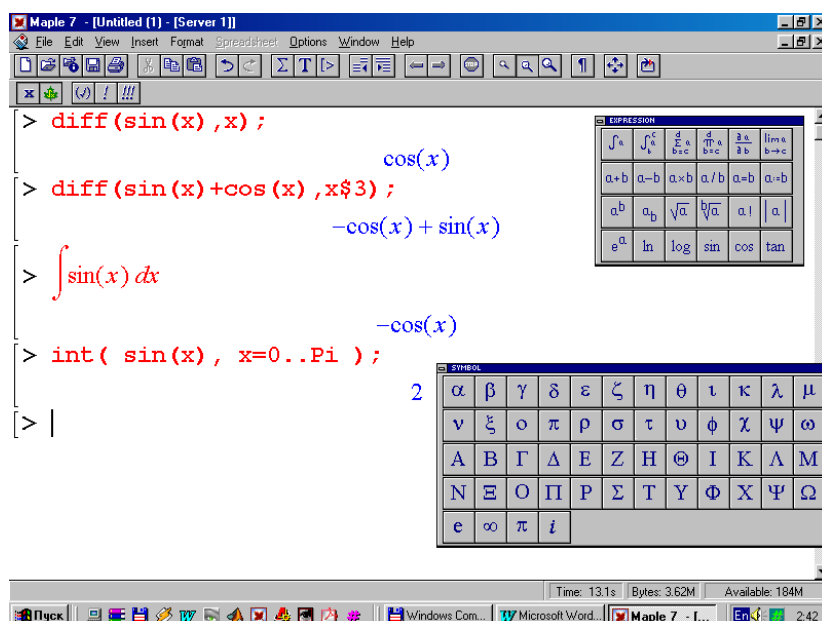


Рис. 3.1. Вікно системи Maple V Release 7.0 з простими прикладами та математичними палітрами

Кожна команда повинна закінчуватись крапкою з комою (;) або двокрапками (:). Якщо ввід команди закінчується (;), тоді в області виводу відразу буде результат. При використанні в кінці команди (:) результат не виводиться на екран.

В Maple V застосовуються круглі, квадратні і фігурні дужки. Призначення круглих дужок – задавати порядок при побудові математичних виразів, а також містити аргументи функцій і параметри в командах. Квадратні дужки потрібні для роботи з індексними величинами. Фігурні дужки застосовують при формуванні множин, наприклад системи рівнянь.

Для побудови Maple-речень потрібні: знак рівності (=) при формуванні рівнянь і знак присвоєння (:=) для надання змінним значень.

Структура, засоби програмування і синтаксис програм Maple V подібні до тих, що є в Бейсіку, Паскалі. Всі функції та оператори Maple V детально описані в розгалуженій довідковій системі.

3.2. Засоби розв'язання систем алгебраїчних рівнянь

Система Maple V Release 7.0 має потужні і розвинуті засоби для аналітичного та чисельного розв'язання систем алгебраїчних рівнянь. Для аналітичного розв'язання лінійних і нелінійних рівнянь в аналітичній формі використовується достатньо універсальна і гнучка функція:

`solve (eqn, var);` або **`solve ({eqn1, eqn2,...},{var1,var2,...})`**.

Тут **eqn** – рівняння, що містить функцію декількох змінних, **var** – змінна, по якій знаходиться розв'язок. Якщо розв'язок містить вирази, які повторюються, то Maple V позначає їх як особливі змінні **%1**, **%2** і т.д. і видає розв'язок з такими змінними.

Характер розв'язків можна змінювати за допомогою глобальних змінних:

_MaxSols – задає максимальну кількість розв'язків;

_EnvAllSolutions – при значенні true задає видачу всіх розв'язків.

В розв'язках крім змінних виду **%1, %2** і т.д. можуть зустрічатися наступні позначення:

_NN – вказують на додатні розв'язки;

_B – вказують на розв'язки в бінарній формі;

_Z – вказують на те, що розв'язки містять цілі числа.

При розв'язанні систем рівнянь, вони і список змінних задаються як множини, тобто в фігурних дужках. При цьому і результат рішення виводиться у вигляді множини. Щоб перетворити результат до звичайного виду, необхідно використати функцію **assign**, яка забезпечує присвоєння змінним значень із отриманої множини.

Функція **solve** намагається знайти розв'язок в аналітичному вигляді. Але це не означає, що її не можна використовувати для отримання коренів рівнянь в чисельному вигляді. Просто для цього необхідно взяти команду **evalf** або **convert**. Якщо результат представлений через функцію **RootOf**, тоді отримати всі корені можна за допомогою функції **allvalues**. Нижче дано декілька простих прикладів розв'язання лінійних та нелінійних рівнянь та їх системи.

Приклад 1.

> **solve({a*x+b*y=3, x-y=b}, {x, y});**

$$\left\{ y = -\frac{a b - 3}{a + b}, x = \frac{3 + b^2}{a + b} \right\}$$

Приклад 2.

> **solve({sqrt(x)+sqrt(y)-2=0, x-y+1=0},{x, y});**

$$\left\{ x = \frac{9}{16}, y = \frac{25}{16} \right\}$$

Приклад 3.

> **_EnvAllSolutions:=true: solve(sin(x)=cos(x)-1=0, x);**

$$-\frac{1}{2}\pi + 2\pi_Z1\sim, 2\pi_Z2\sim$$

В останньому прикладі системна змінна **_EnvAllSolutions** відповідає за пошук всіх періодичних розв'язків, коли її значення дорівнює **true**, і задає пошук тільки головних розв'язків при значенні **false**. Змінні **_Z1~** і **_Z2~** є натуральними числами, завдяки їм можна представити періодично повторювані рішення.

Для отримання чисельного рішення нелінійних рівнянь або систем нелінійних рівнянь зручно використовувати функцію:

fsolve (eqns, vars, options).

В даному випадку **eqns, vars, options** – відповідно рівняння або система рівнянь, перелік змінних, опції.

В цій функції використовуються наступні опції:

- **complex** – знаходяться один або всі корені в комплексній формі;
- **fulldigits** – задає точність обчислень, що відповідає всі розрядній сітці;
- **maxsols=n** – задає знаходження тільки **n** коренів;
- **interval** – задається у вигляді **a..b** або **x=a..b** чи **{x=a..b, y=c..d,...}** і забезпечує пошук коренів в заданому інтервалі.

3.3. Засоби диференціювання функцій

Для обчислення похідних Maple V має наступні основні функції:

diff (a, x1, x2,..., xn); diff (a, [x1, x2,..., xn]);

Diff (a, x1, x2,..., xn); Diff (a, [x1, x2,..., xn]);

тут a – алгебраїчний вираз, що диференціюється, зокрема функція $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ряду змінних, по яким проводиться диференціювання. Функція **Diff** є інертною формою обчислювальної функції **diff** і може застосовуватись для відтворення похідних в документах Maple у звичайній математичній формі запису.

В найпростішому випадку **diff (f(x), x)**; обчислює першу похідну функції $f(x)$ по змінній x . При n , більшому за 1, обчислення похідних виконується рекурсивно, наприклад, **diff (f(x), x, y)**. Еквівалентно **diff (diff (f(x), x), y)**. Оператор $\$$ можна використовувати для обчислення похідних високого порядку. Для цього після імені відповідної змінної ставиться такий оператор і вказується порядок похідної. Наприклад, вираз **diff (f(x), x\$4)**; обчислює похідну 4-го порядку і еквівалентний запису **diff (f(x), x, x, x, x)**; А **diff (g(x, y), x\$2, y\$3)**; еквівалентно **diff (g(x, y), x, x, y, y, y)**. Нижче наведено декілька простих прикладів обчислення похідних.

Приклад 1.

> **diff (x*sin(cos(x)), x)**;

$$\sin(\cos(x)) - x \cos(\cos(x)) \sin(x)$$

Приклад 2.

> **diff (sin(x)+cos(x), x\$3)**;

$$-\cos(x) + \sin(x)$$

Приклад 3.

> **Diff (tan(x),x)=diff(tan(x), x)**;

$$\frac{\partial}{\partial x} \tan(x) = 1 + \tan(x)^2$$

3.4. Основи програмування в системі Maple V

Система Maple V Release 7.0 має потужну мову програмування, в якій використані кращі засоби із популярних алгоритмічних мов. Maple-мова дає широкі можливості для створення різноманітних програм – від реалізації чисельних методів до складних аналітичних обчислень. При необхідності на ній можуть бути реалізовані будь-які методи програмування.

Для підготовки розгалужених програм в Maple-мові є оператор **if**, який дозволяє створити наступну універсальну конструкцію:

```
    if < Умова порівняння > then < Елементи >  
  | elif < Умова порівняння > then < Елементи > |  
    | else <Елементи> | fi;
```

У вертикальних рисках | | дано необов'язкові елементи цієї конструкції. В умовах використовуються будь-які логічні конструкції із знаками порівняння (<, <=, >, >=, =, <>) та логічні оператори **and**, **or** і **not**.

Maple V має узагальнену конструкцію циклу, яка задається наступним чином:

```
  | for < name > | | from < expr1 > | | to < expr2 > | | by < expr3 > |  
    | while < expr4 > | do <adver> od;
```

тут *name* – ім'я змінної циклу; *expr1*, *expr2* і *expr3* – вирази, які, відповідно, задають початкове і кінцеве значення та крок зміни змінної *name*; *expr4* – вираз, який задає умову, поки цикл (набір об'єктів *adver* між словами **do** і **od**) буде виконуватись.

Процедурою називається модуль програми, що є самостійною програмою з усіма властивими програмі атрибутами. Процедури є

важливим елементом структурного програмування і служать засобом розширення можливостей системи Maple V користувачем. Загальна форма процедури має наступний вигляд:

name	–	об’явлення
:=proc (<argseq>)		процедури
local <nseq> ;	–	об’явлення локальних змінних
global	–	об’явлення
<nseq> ;		глобальних змінних
options	–	об’явлення опцій
<nseq> ;		(ключів розширення)
description	–	об’явлення
<stringseq> ;		коментарів
<stateq>	–	вирази – тіло процедури
end; (або	–	об’явлення кінця
end:)		процедури

Тіло процедури може містити будь-які команди системи Maple V. Необхідно відзначити, що дана система має засоби діагностики написаних користувачами програм.

Питання для самоконтролю

1. Що представляють собою універсальні системи комп'ютерної математики і більш детально Maple V Release 7.0?
2. Які основні структурні елементи об'єднує в собі інтегрована система Maple V?
3. Як відбувається робота в системі Maple V?
4. Для чого призначені області вводу і виводу?
5. Як налаштоване вікно системи Maple V Release 7.0?
6. Загальний формат команд Maple V.
7. Основні засоби розв'язання систем алгебраїчних рівнянь в аналітичній та чисельній формах.
8. Основні засоби диференціювання функцій в Maple V.
9. Що таке процедура?
10. Засоби для підготовки розгалужених програм.
11. Оператор циклу.
12. Загальна форма процедури Maple V.

3.5. Кінематичний аналіз механізмів аналітичним методом з допомогою системи Maple V

3.5.1. Методика проведення кінематичного аналізу

Для 11 схем плоских важільних механізмів, що пропонуються в курсовому проектуванні з теорії механізмів і машин [9], створено пакет прикладних програм в середовищі Maple V Release 7.0, який виконує кінематичний аналіз цих механізмів аналітичним методом замкнутих векторних контурів.

Студенту самостійно, згідно завдання на курсовий проект, необхідно провести кінематичний аналіз свого важільного механізму цим же аналітичним методом з використанням ЕОМ і встановити всі кінематичні параметри ланок та характерних точок механізму. Проводити аналіз пропонується згідно теорії, яка детально висвітлена в даному посібнику, дотримуючись наступної послідовності дій:

- а) провести структурний аналіз механізму;
- б) представити механізм у вигляді замкнутих векторних контурів;
- в) здійснити обхід кожного контуру і встановити для них векторні рівняння замкнутості;
- г) вибрати систему координат і встановити координатну форму рівнянь замкнутості;
- д) використовуючи засоби програмування та вбудовані функції системи Maple V, скласти коротку програму для встановлення функцій положення, швидкостей та прискорення ланок;
- е) перевірити результати виконання своєї програми роботою програм створеного пакету, причому в якості звіту необхідно роздрукувати створений документ Maple V.

Після цього студент робить кінематичний аналіз традиційним графоаналітичним методом та порівнює результати отримані за двома

методами. При цьому, відповідно до виконаного аналітичного розрахунку об'єм графічних робіт зменшується.

3.5.2. Приклад програми для кінематичного аналізу плоского важільного механізму

Розглянемо фрагмент програми з створеного пакету для кінематики механізму двоступінчастого двоциліндрового повітряного компресора, кінематична схема якого зображена на рис. 3.2. Згідно умови [4, 5] дано геометричні розміри всіх ланок, частоту обертання n_1 і кутове прискорення ε_1 кривошипа 1. Необхідно для одного періоду обертання кривошипа встановити всі кінематичні характеристики ланок 2, 3, 4, 5 та характерних точок (центрів мас) S_2, S_4 ланок.

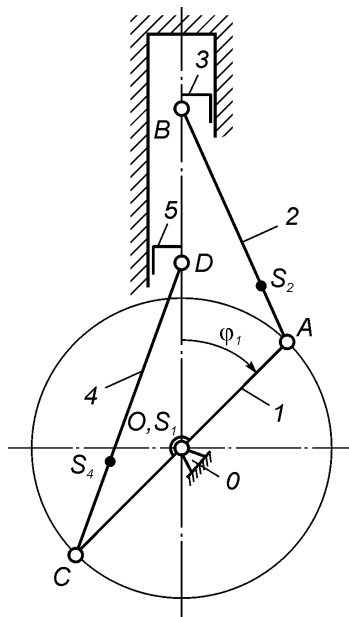


Рис. 3.2. Кінематична схема шарнірно-важільного механізму повітряного компресора

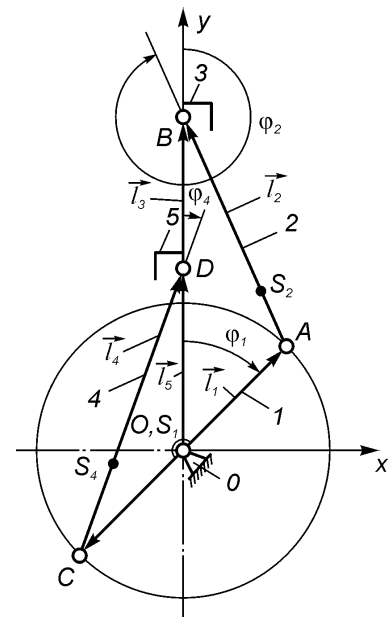


Рис. 3.3. Схема до кінематичного аналізу шарнірно-важільного механізму повітряного компресора

Для розв'язання поставленої задачі аналітичним методом замкнутих векторних контурів, розробленим В.А. Зінов'євим, представимо схему механізму у вигляді двох замкнутих векторних контурів (рис. 3.3): OABO та OCDO. В ці контури, відповідно, входять структурні групи Ассура другого класу: II(2, 3) та II(4, 5). Тобто ланки механізму зображаємо у вигляді векторів $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_4$, а положення повзунів 3, 5 представимо, відповідно, векторами \vec{l}_3, \vec{l}_5 .

Зауважимо, що напрямок векторів вибирається так, щоб вони вказували на послідовність побудови схеми механізму. Напрямок векторів на нерухомих ланках вибирають довільно.

Після обходу контурів OABO, OCDO схеми в довільному напрямку складають, відповідно, векторні рівняння замкнутості:

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_3, \quad (3.1)$$

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_4 = \vec{l}_5. \quad (3.2)$$

Рівняння (3.1), (3.2) проєктують на осі вибраної прямокутної системи координат xOy (рис. 7), за початок відліку якої прийнято центр шарніра O, що з'єднує кривошип 1 з стояком 0. В загальному випадку, одну з осей координат рекомендується направляти паралельно направляючій повзуна (в даному випадку вісь Oy). Відлік кутів нахилу векторів проводимо від додатнього напрямку осі Oy за рухом годинникової стрілки.

Запишемо векторні рівняння (3.1), (3.2) в координатній формі:

$$\left. \begin{aligned} l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 &= 0; \\ l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 &= l_3, \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} l_1 \sin(\varphi_1 + \pi) + l_4 \sin \varphi_4 &= 0; \\ l_1 \cos(\varphi_1 + \pi) + l_4 \cos \varphi_4 &= l_5, \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

де - l_1, l_2, l_4 – відповідно, довжини ланок 1, 2, 4;

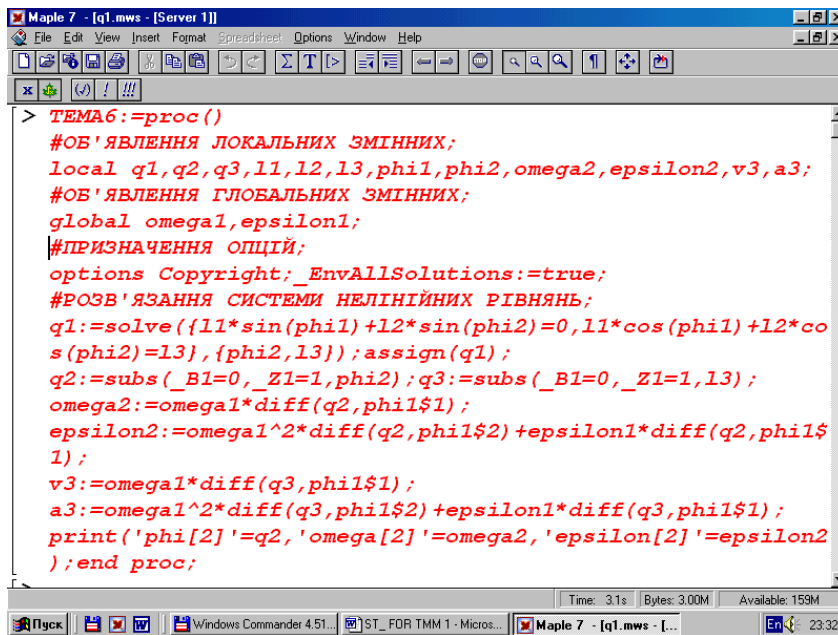
- l_3, l_5 – відповідно, відстані між центром шарніра O та центрами шарнірів B, D повзунів;

- $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_4$ – відповідно, кути повороту ланок 1, 2, 4.

Розв'язуючи системи (3.3), (3.4) відносно φ_2, l_3 та φ_4, l_5 , отримаємо аналітичні залежності положень ланок 2, 3, 4, 5 від узагальненої координати механізму φ_1 (функції положень ланок). Диференціюючи отримані залежності по φ_1 двічі та користуючись аналогами швидкостей і прискорень, одержимо інші кінематичні характеристики (функції швидкостей та прискорень ланок).

Аналогічно визначають координати, проекції швидкостей і прискорень характерних точок S_2, S_4 ланок механізму у вибраній координатній системі.

Наведений вище кінематичний аналіз легко реалізується за допомогою створеного пакету програм в середовищі Maple V. На рис. 3.4, у вікні цієї системи, представлено фрагмент створеної програми для описаного контуру OABO механізму.



```
> ТЕМА6:=proc ()
#ОБ'ЯВЛЕННЯ ЛОКАЛЬНИХ ЗМІННИХ;
local q1,q2,q3,l1,l2,l3,phi1,phi2,omega2,epsilon2,v3,a3;
#ОБ'ЯВЛЕННЯ ГЛОБАЛЬНИХ ЗМІННИХ;
global omega1,epsilon1;
#ПРИЗНАЧЕННЯ ОПЦІЙ;
options Copyright;_EnvAllSolutions:=true;
#РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМИ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ;
q1:=solve({l1*sin(phi1)+l2*sin(phi2)=0,l1*cos(phi1)+l2*cos(phi2)=l3},{phi2,l3});assign(q1);
q2:=subs(_B1=0,_Z1=1,phi2);q3:=subs(_B1=0,_Z1=1,l3);
omega2:=omega1*diff(q2,phi1$1);
epsilon2:=omega1^2*diff(q2,phi1$2)+epsilon1*diff(q2,phi1$1);
v3:=omega1*diff(q3,phi1$1);
a3:=omega1^2*diff(q3,phi1$2)+epsilon1*diff(q3,phi1$1);
print('phi[2] '=q2,'omega[2] '=omega2,'epsilon[2] '=epsilon2);end proc;
```

Рис. 3.4. Вікно системи Maple V Release 7.0 з фрагментом програми для кінематичного аналізу механізму повітряного компресора

Література

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Говорухин В.Н., Цибулин В.Г. Введение в Maple. Математический пакет для всех. – М.: Мир, 1997. – 208 с., ил.
3. Дьяконов В.П. Компьютерная математика. Теория и практика. М.: Нолидж, 2001. – 1296 с., ил.
4. Курсове проектування з теорії механізмів і машин: учбовий посібник / Є.І. Крижанівський, Б.Д. Малько, В.М. Сенчішак та ін. – Івано-Франківськ: Вік, 1996. – 357 с.
5. Теорія механізмів і машин. Конспект лекцій. Навчально-методичний посібник / М.П. Ярошевич. – Луцьк: Ред.-вид. відділ ЛДТУ, 2002. – 132 с.

Стельмах О.У., Костюнік Р.Є., Шимчук С.П.

РОЗДІЛ 4.

ТРИБОЛОГІЯ В МАШИНОБУДУВАННІ

РОЗДІЛ 4. Трибологія в машинобудуванні

Сучасні машини та механізми – це сукупність вузлів тертя з контактуючими рухомими поверхнями. Тому їх надійність, довговічність і працездатність головним чином визначаються експлуатаційними властивостями кожної із трибосистем. Найбільш поширеними та проблемними є трибосистеми ковзання і кочення, що працюють в умовах граничного навантаження. Відмови машин і агрегатів під час експлуатації, зумовлені зношуванням вузлів тертя, перевищують 80%, а втрати, пов'язані з цим, складають до 5% національного доходу промислово розвинутих країн світу [1 – 4]. Тому підвищення експлуатаційної надійності трибосистем, особливо на транспорті, є актуальним і постає чи не найважливішим завданням у машинобудуванні.

Проектування, створення і експлуатація нової техніки постійно ставлять перед вченими, конструкторами й інженерами нові завдання, пов'язані з вирішенням двох найбільш актуальних трибологічних проблем – тертя та зношування, для вирішення котрих утворилась і стрімко розвивається відповідна наука – трибологія [3].

Від функціональної якості вузлів тертя (трибосистем) залежить передусім безпека на транспорті й у виробництві, що в свою чергу безпосередньо пов'язано з надійністю і довговічністю вузлів і агрегатів машин в цілому. Недостатній міжремонтний ресурс техніки призводить до її простою і приносить колосальні матеріальні та людські затрати на ремонтно-відновлювальні роботи. Зношування трибоспрямижень призводить до зниження економічності енергосилових установок і промислового обладнання, що вкрай негативно впливає на екологічну ситуацію та сприяє утворенню додаткових втрат енергії на подолання сил тертя, що постійно зростають.

Сучасний стан проблем тертя та зношування машин і механізмів можна оцінити таким чином:

- обмеження загально визнаних уявлень про природу тертя та його домінуючі фізичні процеси, що призводять до опору при русі контактуючих поверхонь та їх зношування, з урахуванням динамічних процесів у змащувальних шарах і середовищі та поточних властивостей;

- недостатня достовірність експериментальних даних про процеси, що зумовлюють першопричини руйнування граничних шарів змащувального середовища та призводять до зношування трибосистем;

- сучасні теорії, гіпотези та уявлення про природу тертя мають переважно описовий характер і можуть використовуватись в обмежених режимах навантаження трибосистем (наприклад, еластогідродинамічна (ЕГД) теорія, що ґрунтується на засадах гідродинамічної теорії мащення, та адгезійно-деформаційна (АД) теорія тертя в умовах граничного мащення за режимами навантаження являються відмінні між собою, а тому й розглядаються у відповідних розділах трибології. При цьому одна й та ж сама трибосистема може розглядатись з принципово різних позицій, а відомі механізми зношування поверхонь деталей не пов'язані з процесами руйнування поверхневих змащувальних шарів і передують та зумовлюють безпосередній контакт «сухих» поверхонь);

- наявні масиви експериментальних даних не мають переконливих теоретичних обґрунтувань, що обмежує можливість їх використання.

Процес зношування деталей машин внаслідок тертя визначає працездатність, міжремонтний ресурс, надійність агрегатів та механізмів і в цілому пов'язується з адгезійною взаємодією поверхонь, що призводить до виникнення відповідної адгезійної складової сили тертя. Ця складова, якій відводиться 99% від усіх складових сили тертя, в сумі з деформаційною (1%) визначають сумарну силу тертя трибоконтракту в умовах «граничного мащення» згідно з адгезійно-деформаційною теорією. При цьому вплив гідродинамічного та гідромеханічного опорів руху, що виникають у змащувальних шарах, вважають незначними і тому цими компонентами сили тертя нехтують.

Відповідно до традиційних поглядів щодо тонкого шару масла, що перебуває у контакті між пружно-деформованими поверхнями, під дією велетенських контактних напружень (1000...2000 МПа) змащувальна плівка (за Грубіним) набуває настільки великої в'язкості, що розглядати її як рідину не можна. Для нестискуваної рідини залежність в'язкості від тиску виражається відомою формулою Баруса:

$$\mu = \mu_0 \exp(\alpha p),$$

де μ_0 – динамічна в'язкість рідини за атмосферного тиску;

p – навантаження;

α – п'єзокоефіцієнт в'язкості

Обґрунтованість експоненціальної залежності підтверджується сильним зростанням в'язкості зі збільшенням тиску. Наприклад, якщо тиск за Герцом рівний 1 ГПа, в'язкість мінерального масла зростає в 106 разів порівняно зі значенням за атмосферних умов. Вважається, що в цьому випадку рідинна змащувальна плівка набуває властивостей твердої «склоподібної» або «аморфної» речовини, яку часто визначають, як «третє тіло». Виникнення будь-яких динамічних процесів у такій плівці офіційна трибологія традиційно заперечує. Згідно з ДСТУ 2823-94, термін «граничне тертя» пояснюється як «мащення в умовах якого тертя та зношування поверхонь, що рухаються одна відносно одної, визначаються їх властивостями, а також тими властивостями мастильного матеріалу, які відрізняються від його об'ємної в'язкості».

Термін «граничні шари» мастильних середовищ досі не має однозначного тлумачення в межах ДСТУ, але він широко використовується у трибології з часів Дево, Гарді В., Релея (1912...1932 р.р.). Цей термін досить часто трапляється у роботах Ахматова А.С., Ребіндера П.А., Алтоїза Б.А., Дерягіна Б.В. [5 – 12] та в узагальненому

вигляді трактується таким чином: «Граничні шари змащувальних матеріалів на твердих ліофільних поверхнях являють собою квазікристалічні молекулярні шари з мультимолекулярною епітропно рідкокристалічною структурою». Саме таке визначення ми будемо використовувати, трактуючи результати висвітлені у монографії.

Значимість впливу властивостей змащувального середовища і динамічних процесів у граничних шарах (ДПГШ), що виникають у ньому, на працездатність трибосистеми була встановлена [13 – 15] на основі вивчення взаємозв'язку різних властивостей граничного шару (фізико-механічних, теплофізичних, реологічних та ін.) з параметрами тертя. Зокрема, експериментально було доведено виникнення вторинних (зворотних) течій у конфузорній (КО) і дифузорній (ДО) областях у напрямку, зворотному ковзанню, і появу взаємопов'язаних з ними різнополярних градієнтів тиску на обох сторонах контакту та, в результаті, виникнення у дифузорній області умов квазісухого тертя, що визначає працездатність трибосистеми в цілому.

Теорія тертя та зношування поверхневих шарів в умовах граничного змащування вивчалась у фундаментальних роботах Костецького Б.І. [14], Боудена Ф.П. і Тейбора Д. [15], Крагельського І.В. [16], Ахматова А.С. [5], Буше М.О. [17]. Вагомі результати у цій царині отримали представники наукової школи Костецького Б.І., (Голего М.Л. [18], Аксьонов О.Ф. [13], Аляб'єв А.Я. [18], Запорожець В.В. [19 – 22], Шевеля В.В. [23], Дмитриченко М.Ф. [24 – 27], Мнацаканов Р.Г. [26], Белянський В.П. [3, 4], Шепель А.Я. [4, 28] та інші). Вони розвинули нові наукові напрями сучасної трибології, які на сьогодні стали предметом наукової діяльності вже їх учнів.

З позицій АД моделі передбачається дискретний характер адгезійної взаємодії тих частин робочих поверхонь по всій контурній площі контакту, де відбувається локальне руйнування граничного змащувального шару під дією нормальних і тангенціальних напружень [2],

при цьому вплив динамічних процесів у граничних шарах (ГШ) на працездатність трибосистеми не розглядається. Експериментально ця модель не підтверджена. Так, у роботі [3] автор, спираючись на багаточисленні дослідження, аргументовано стверджує, що «розрив граничного шару завжди відбувається всередині шару і ніколи достовірно не спостерігається на міжфазовій границі «тверде тіло – граничний шар».

ЕГД модель теоретично безконтактного і беззносного тертя, яке застосовне до трибосистем з малими навантаженнями і високими швидкостями ковзання полірованих поверхонь, заснована на таких положеннях. У процесі тертя тиск у змащувальному шарі трибоконтакту завжди є вищим від тиску навколишнього середовища і ототожнюється з контактними напруженнями поверхні [4, 13, 28 – 30]. Експериментально встановлене зміщення мінімальної товщини змащувальної плівки ЕГД-контакту в його дифузорну область, а також підвищення контактних напружень (пік Петрусевича) у цій області не дістали однозначного пояснення. ЕГД модель постулює беззносність трибосистем, що на практиці не підтверджується.

Тому, аналізуючи основні положення найбільш визнаних адгезійно-деформаційної теорії граничного змащування (АД) та еластогідродинамічного (ЕГД) підходу до опису процесів тертя і зношування розуміємо, що вони базуються на відповідних фізичних моделях, які суперечать одна одній. Оскільки граничне тертя здійснюється в рідкому змащувальному середовищі, природно припустити вплив властивостей цього середовища і динамічних процесів, що відбуваються в ньому, на триботехнічні характеристики вузла тертя, і, відповідно, на його працездатність. Однак до вказаних досліджень цьому питанню не приділялось достатньої уваги, тому для усунення протиріч між АД і ЕГД моделями важливе створення компромісної адгезійно-гідродинамічної (АГД) моделі, котра б описувала гідродинаміку змащувальних шарів, граничного тертя і зношування з урахуванням впливу взаємозумовлених

гідродинамічних і адгезійно-деформаційних процесів на працездатність трибосистем.

4.1. Гідродинамічна теорія мащення

Гідродинамічна теорія мащення (ГДТМ) була розроблена в кінці XIX століття Петровим М.П., потім Рейнольдсом О., Зомерфельдом А., Жуковським М.Е, Чаплигіним С.А. та Мітчелом А. [31 – 33]. Ця теорія побудована на ідеї повного розділення спряжених поверхонь тертя шаром змащувального матеріалу у вигляді так званого «масляного клину», в результаті чого тертя здійснюється усередині нього між шарами мастила. Внаслідок відсутності безпосереднього контакту робочих поверхонь, їх зношування має бути відсутнім априорі. Такий підхід покладено в основу гідродинамічної теорії мащення, заснованої на практичному застосуванні механіки рідин. Однак у чистому вигляді режим гідродинамічного мащення може бути реалізованим лише під час тертя високоякісних полірованих поверхонь з невеликими питомими навантаженнями і за достатньо великих швидкостей ковзання.

При русі тіла у будь-якому середовищі на нього діють сили опору, котрі перешкоджають переміщенню, вони спрямовані проти руху і прагнуть зупинити тіло [34 – 40]. Що щільніше середовище, то вища сила опору. Наприклад, опір повітря польоту снаряда на порядок менший, ніж опір води на переміщення того самого снаряда за тих самих стартових умов. І, навпаки, у разі зменшення щільності середовища, наприклад, шляхом його розрідження, опір руху тіла буде зменшуватись. Так, за практичної відсутності речовини в умовах космічного вакууму на висоті 2000 км від Землі штучний супутник може обертатись, не сходячи зі своєї орбіти, 1500 років.

Таким чином, будь-яке переміщення тіла у середовищі завжди супроводжується його опором і виникненням сил, що діють на тіло, котрі

пов'язують із тертям молекул середовища з приповерхневими молекулярними шарами, адсорбованими на поверхні тіла, і рухом разом із нею. Ці сили у загальному розумінні, називають силами тертя. Це означає, що в нормальних атмосферних умовах відсутність підшипника в трибосистемі ковзання, тобто лише обертання вала в змащувальному середовищі, буде супроводжуватись виникненням тертя пристінних шарів мастила з іншими його шарами, в яких швидкість зменшується у міру віддалення від поверхні, що рухається. Такий опір об'єктивно відбувається в усіх трибосистемах і по суті є гідромеханічним в'язкісним тертям. Однак трибологія його не розглядає, вважаючи несуттєвим порівняно із силами тертя, що виникають у контакті рухомої поверхні того самого вала по поверхні іншого тіла, наприклад, радіального підшипника.

У будь-якій трибосистемі одна або більше деталей рухаються у визначеному середовищі, яке чинить опір переміщенню навіть без безпосереднього контакту з іншою поверхнею. На рис. 4.1 схематично показано виникнення гідродинамічних дотичних сил тертя за значного віддалення поверхні вала 1 від іншої нерухомої поверхні 2 у змащувальному середовищі 3.

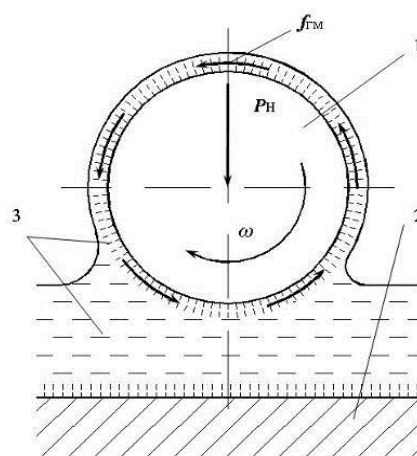


Рис. 4.1 Схема виникнення гідромеханічних сил тертя

У трибології цими силами опору руху нехтують, що не зовсім коректно. Наприклад, у коробках передач легкових автомобілів, у випадку короткочасних або тривалих зупинок, коли двигун автомобіля працює, тяговий вал із роздавальними шестернями постійно обертається в середовищі трансмісійного масла. Природно, енергія витрачається на механічне перемішування середовища, наприклад, високов'язкого масла ТАД-17и, кінематична в'язкість якого за робочої температури 70°C складає приблизно 50 сСт. Це означає, що суттєва частина палива витрачається просто на постійне перемішування масла і подолання опору в'язкого середовища обертанню у ньому тягового вала із шестернями.

Відомо, що у разі надходження 25% корисної потужності автомобіля від двигуна до трансмісії, без урахування втрат на тертя у коробці передач, тяжкому мосту та в інших агрегатах загальної системи механічної передачі, ця потужність, що передається колесам для безпосереднього руху автомобіля, зменшується до 12%. При цьому істотна доля втрат (близько 10%) виникає в результаті тертя тягового вала коробки передач, що постійно обертається як під час руху, так і під час зупинки автомобіля. У зв'язку з цим до трансмісійних масел, на нашу думку, ставлять суперечливі вимоги. Для забезпечення холодного пуску трансмісій за низьких температур і мінімуму втрат енергії на подолання тертя в передачах в'язкість масла має бути мінімальною, а для забезпечення високої несучої здатності масляної плівки і для зниження витоків через ущільнення та герметизуючі пристрої – максимальною.

Тому використання малов'язких замість високов'язких трансмісійних масел у трансмісіях наземного транспорту (у коробках передач, тяжких мостах та ін.) актуально, особливо в умовах інтенсивності сучасного міського циклу. Однак зниження в'язкості масла в коробках передач пов'язано із виникненням цілої низки проблем: збільшується інтенсивність зношування робочих поверхонь шестерень, підшипників та

інших деталей, що супроводжується збільшенням шуму, вібрації, зниженням надійності, довговічності й ресурсу трансмісії.

Нижче буде показано, що гідромеханічне тертя збільшується, коли поверхня, наприклад вал, що обертається, переміщується на близьких відстанях від іншої поверхні, наприклад, стінки корпуса редуктора. Тобто прагнення конструктора зменшити габарити агрегату шляхом зменшення розмірів корпусних деталей пов'язано з можливим збільшенням втрат на тертя, що виникає у робочому середовищі між рухомими та нерухомими деталями з малим зазором.

Таким чином, гідромеханічні втрати від тертя рухомих деталей у рідких середовищах, особливо в'язких, що характерно для техніки у цілому, необхідно розглядати як одну з причин істотної перевитрати енергії. На транспорті це призводить до цілком невиправданих додаткових витрат палива і забруднення навколишнього середовища у вигляді додаткових викидів вихлопних газів. Тому зниження в'язкості робочих середовищ у техніці є актуальним завданням, вирішення якого може стати досить перспективним джерелом економії паливно-енергетичних ресурсів.

На основі відомих законів і рівнянь гідродинаміки в'язкої рідини основоположник гідродинамічної теорії змащування Петров М.П. теоретично вивів відому формулу [41 – 43], яка визначає силу тертя F між обертовим валом і нерухомим підшипником ковзання (рис. 4.2), а саме:

$$F = \frac{\eta V S}{\varepsilon + \frac{\eta}{\lambda_1} + \frac{\eta}{\lambda_2}}, \quad (4.1)$$

де S – поверхня тертя, V – лінійна швидкість обертання вала, η – в'язкість змащувального масла, ε – зазор між валом і підшипником, а λ_1 і λ_2 – коефіцієнти зовнішнього тертя на границях змащувальної плівки і металевих поверхнях вала та підшипника.

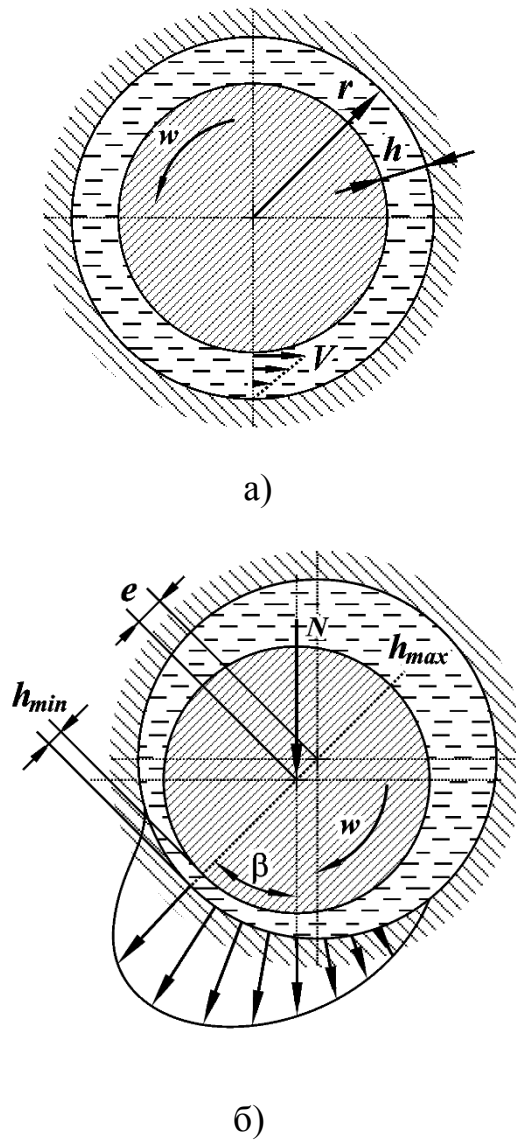


Рис. 4.2 Класична схема гідродинаміки підшипників ковзання

Гідродинамічне (рідинне) тертя характеризується тим, що поверхні тертя розділені шаром масла. Мінімальна товщина шару має бути більшою, ніж сумарна висота найбільш високих мікронерівностей обох поверхонь: $h_{min} \geq (R_{max1} + R_{max2})$. Сила внутрішнього тертя виражається формулою Ньютона:

$$F = \eta \frac{dV}{dz} S, \quad (4.2)$$

де η – динамічна в'язкість; dV/dz – поперечний градієнт швидкості; S – площа зсуву шарів мастила. Якщо швидкість у напрямку, перпендикулярному течії, у міру заглиблення змінюється за лінійним законом (рис. 4.3), то в такому випадку формулу (4.2) подають у вигляді:

$$F = \eta VS/h. \quad (4.3)$$

В'язкість масла залежить від температури і тиску. З підвищенням температури спостерігається суттєве зниження в'язкості. Підвищення тиску призводить до незначного збільшення в'язкості.

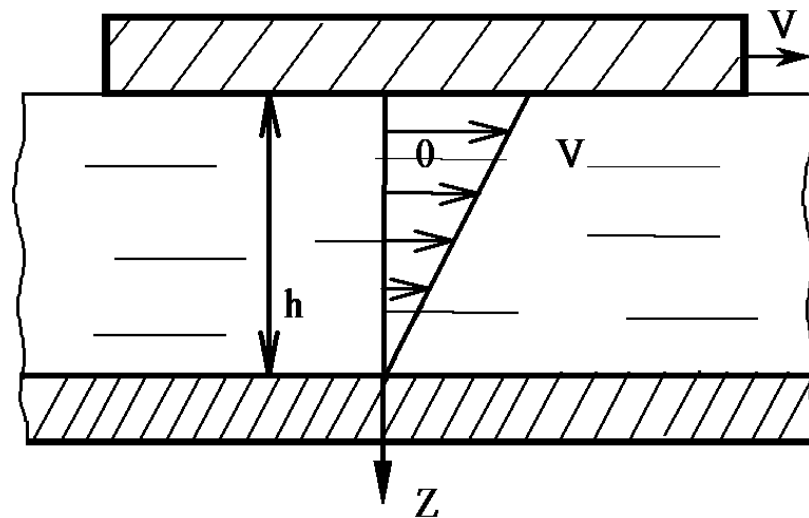


Рис. 4.3. Лінійний закон розподілу швидкостей у потоці

Петров М.П. розглянув опір обертанню вала в підшипнику при постійному зазорі (рис. 4.2, а). Приблизно у формулі (4.3) S можна прийняти як $2\pi rL$, а V – як ωr . Формула Петрова М.П. для розрахунку моменту тертя має вигляд:

$$M = F \cdot r = 2\pi\eta\omega R^3L / h, \quad (4.4)$$

де L – довжина підшипника; ω – кутова швидкість вала; а товщина змащувального шару h незрівнянно менша від радіуса вала r .

З аналізу цієї формули випливає, що момент тертя збільшується зі зростанням в'язкості, кутової швидкості, радіуса у кубі, довжини підшипника й зі зменшенням зазору.

Петров М.П. першим дав визначення процесу тертя в підшипнику ковзання: за постійної температури змащувальної рідини сила тертя двох змащених циліндрів пропорційна коефіцієнту внутрішнього тертя рідини, що відповідає даній температурі та величині поверхні взаємного дотику твердих тіл тертя, а також пропорційна відносній швидкості цих тіл на їх поверхні дотику; вона є обернено пропорційною сумі, що складається з товщини змащувальної рідини та з суми відношень коефіцієнта внутрішнього тертя до коефіцієнтів зовнішнього тертя рідини за даної температури.

Гідродинамічний ефект пояснюється тим, що вал за рахунок змочування захоплює масло та нагнітає його у клиновий зазор, який звужується за напрямком руху. Усередині масляного клину виникає надлишковий тиск (його епюра розподілу напружень показана на рис. 4.2, б), під дією якого вал спливає за деякої товщини змащувального шару, коли внаслідок саморегулювання встановлюється мінімальний зазор навантаженої зони підшипника, що відповідає діючому навантаженню.

Традиційно роботу радіальних підшипників ковзання схематично подавали (рис. 4.4) таким чином: обертовий вал своєю вагою здійснює навантаження на робочу поверхню підшипника по вертикальній осі у гравітаційному полі Землі.

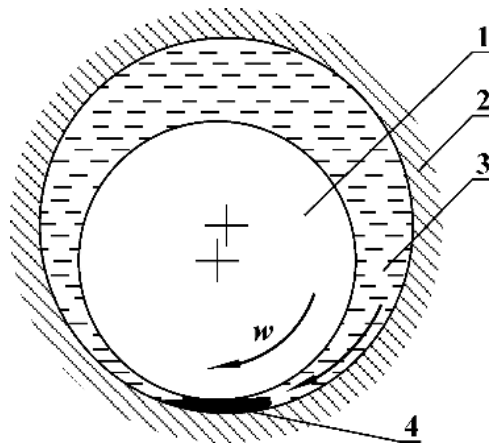


Рис. 4.4 Класична схема виникнення масляного клина в підшипнику ковзання: 1 – вал, 2 – нерухомий підшипник, 3 – зазор, 4 – масляний клин

При цьому масляний клин, що виникає у найнижчій точці дотику, сприймає практично усе контактне навантаження і його змащувальні шари реалізують тертя між собою. Це відбувається в зоні входу вала в активну зону змащування відносно мінімального зазору, який зміщується в напрямку руху шипа. Саме тому процесам, що виникають у дифузійній зоні виходу шипа з активної (конфузорної) зони після мінімального зазору, приділялась недостатня увага.

Теоретична гідродинаміка змащування деталей машин побудована на низці основних положень: «мастило прилипає до поверхонь тертя і при русі в ньому завдяки в'язкості виникають гідродинамічні тиски, рівнодіюча яких – гідродинамічна підйомна сила – урівноважує зовнішнє навантаження, прикладене до деталі. Виниклі гідродинамічні тиски діють на пружні поверхні тертя та викликають їх деформації. Деформації визначаються числовими значеннями і розподілом тисків по поверхні, тобто епюрою тиску».

Виходячи з такого базового судження, вирішувалися раніше і до сьогодні вирішуються завдання, пов'язані з гідродинамікою рідини, що рухається і обмежена двома поверхнями тертя. «При цьому рідина, що

рухається, є стисненою, а товщина змащувального шару – досить малою». Тобто, цю проблему трибології вирішували, виходячи з двох основних положень: рідина в контакті трибосистеми перебуває під високим тиском, а несуча здатність змащувальних матеріалів визначається товщиною змащувального шару в контакті. Класична графічна інтерпретація гідродинамічного ефекту в радіальному підшипнику ковзання подана на рис. 4.2, де еюра тисків усередині змащувального шару ототожнюється з розподілом контактних напружень, що виникають в контакті шипа і підшипника.

Багато дослідників тертя розглядають як опір руху адсорбованих на рухомих поверхнях вала шарів рідкого середовища мастила (які є нерухомими відносно рухомої поверхні вала), іншими прилеглими мультимолекулярними шарами середовища, що перебувають в об'ємному стані відносного спокою.

Під час дослідження гідродинамічного ефекту вдавалось безпосередньо прямим способом вимірювати у радіальному підшипнику тиск, який виникає в місці входу поверхні шипа в контакт з підшипником, і досягає 90 атм . При цьому гідродинамічні течії у навколоконтактних ділянках підшипника в зоні мінімального зазору у змащувальному середовищі не досліджувались, а розподіл тиску в зоні виходу шипа із контакту не вимірювався. На базі таких фізичних уявлень про тертя радіальних підшипників ковзання тривалий час вирішувалось завдання гідродинамічного (ГД) мащення. Її предметом є визначення гідромеханічних характеристик (ГМХ) радіальних підшипників ковзання, а саме – поля гідродинамічних тисків та зони їх формування при відомому зазорі (положення центру шипа та пружних переміщень поверхонь тертя).

Більшість розрахунків під час розв'язку гідродинамічних задач виконуються на основі рівняння Рейнольдса відносно функції безрозмірних гідродинамічних тисків $\bar{p}(\varphi, \bar{z})$:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\bar{h}^3 \bar{\rho}}{12 \bar{\mu}_3} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\bar{h}^3 \bar{\rho}}{12 \bar{\mu}_3} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{\bar{\omega}}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{h} \bar{\rho}) + \frac{\partial}{\partial \tau} (\bar{h} \bar{\rho}) \quad (4.5)$$

за граничних умов Свіфта – Штібера (СШ), записаних у вигляді обмежень функції $\bar{p}(\varphi, \bar{z})$:

$$\bar{p}(\varphi, \bar{z} = \pm a) = \bar{p}_a; \quad \bar{p}(\varphi, \bar{z}) = \bar{p}(\varphi + 2\pi, \bar{z}); \quad \bar{p}(\varphi, \bar{z}) \geq 0, \quad (4.6)$$

де $\bar{h}, \bar{\rho}, \bar{\mu}_3, \bar{p}, a$ – безрозмірні: товщина змащувального шару, густина та в'язкість змащувальної рідини, гідродинамічний тиск, ширина підшипника; φ, \bar{z} – координати по куту та ширині підшипника; \bar{p}_a – безрозмірне значення атмосферного тиску; $\bar{\omega}$ – безрозмірне значення відносної кутової швидкості шипа; τ – безрозмірний час.

Поле гідродинамічних тисків, що отримується шляхом розв'язку рівняння (4.5), за граничних умов (4.6) не задовольняє умову нерозривності руху змащувальної рідини, оскільки кількість рідини, що покидає активну зону змащувального шару на межі його розриву, не дорівнює кількості рідини, що втікає в активну зону на межі відновлення. Аналогічний недолік притаманний алгоритму Мерті, що будується на основі принципу варіаційних нерівностей для вирішення рівняння Рейнольдса методом кінцевих елементів.

Альтернативою умовам СШ під час розв'язання задач з «абсолютно жорстким» підшипником є граничні умови Якобсона – Флоберга – Ольсона (ЯФО):

$$\begin{aligned} \bar{p}(\varphi, \bar{z} = \pm a) &= 0; \quad \bar{p}(\varphi, \bar{z}) = \bar{p}(\varphi + 2\pi, \bar{z}); \\ \bar{p}(\varphi_{раз}, \bar{z}) &= \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi}(\varphi_{раз}, \bar{z}) = 0; \quad \bar{p}(\varphi_{вос}, \bar{z}) = 0, \end{aligned} \quad (4.7)$$

Привертає увагу, що у граничних умовах Свіфта – Штібера та Якобсона – Флоберга – Ольсона тиск у змащувальній рідині на периферії контакту не може перевищувати атмосферний тиск і має бути йому рівним.

Безліч рішень гідродинамічної задачі підшипника ковзання, що ґрунтуються на певних експериментально доведених твердженнях, у процесі конструювання трибосистем практично не застосовуються через великі розбіжності розрахункових даних та реальних експериментальних результатів. Крім цього, у розглянутих моделях не враховуються реальні неньютонівські властивості змащувальних шарів.

Головним критерієм реалізації гідродинамічного й еластогідродинамічного режимів тертя є мінімальна товщина змащувального шару, яка експериментально у динаміці визначалась непрямыми вимірами. Так її оцінку виконують від електричної ємності системи «поверхня – змащувальна плівка – поверхня» та інтерференційно-оптичним методом за інтерференцією світла. У статистиці, тобто при стиску поверхонь без тертя, точні виміри проводили рентгенівським методом за шириною рентгенівських променів, що проходять через контактний зазор. При цьому тиск, що виникає у змащувальних шарах під час тертя, у динаміці фізично не вимірювався, а ототожнювався з контактними напруженнями, отриманими розрахунковим шляхом за Герцем Г.

4.2. Еластогідродинамічна теорія мащення

Теоретична міцність поверхнево адсорбованих шарів мастила при стиску на 3...4 порядки є більшою, ніж контурні контактні напруження в поверхнях, за яких забезпечується практично безносність підшипників ковзання, що науково обґрунтовано теорією гідродинамічного тертя. Тому у другій половині минулого століття проводились дослідження для пошуку методів, які б дозволили підвищити несучу здатність підшипника та реалізувати ефект «масляного клина». У ході цих робіт виникло

припущення про необхідність урахування пружних деформацій реальних конструкційних матеріалів, обчислюваних за формулами Герца Г.

Дослідження підтвердили важливість і перспективність урахування пружності матеріалів, що призвело до розвитку теорії еластогідродинамічного тертя, коли високі тиски в масляному клині викликають пружну деформацію тіл, що контактують, внаслідок чого величина зазору між деталями зростає (рис. 4.5).

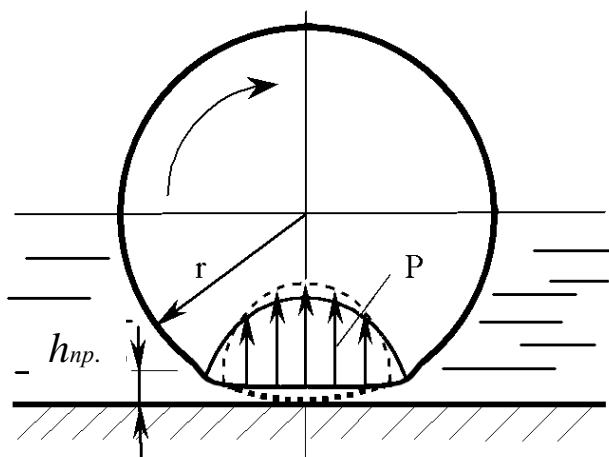


Рис. 4.5 Схематичне подання еластогідродинамічного ефекту в підшипнику ковзання

При цьому тертя між двома поверхнями також розглядалось як опір переміщенню одних шарів мастила, що рухаються в напрямку руху поверхонь, відносно інших шарів, що перебувають у спокої. Під час реалізації гідро- й еластогідродинамічних ефектів у трибосистемах ковзання коефіцієнт тертя привабливо малий (0,0001), але габарити таких підшипників занадто великі, а питомі контактні навантаження дуже малі, щоб їх використовувати в усіх вузлах тертя сучасних машин. Навіть за незначного підвищення навантаження трибосистема стає вкрай нестійкою і починає входити у режим, виокремлений у трибології в самостійну галузь знань, тертя в умовах граничного мащення.

Найбільш поширену та теоретично обґрунтовану еластогідродинамічну (ЕГД) теорію змащування подають за допомогою класичної схеми ЕГД-контакту (рис. 4.6). Нерухома плоска поверхня під час стиску й без переміщення з нерухомою поверхнею h_x реалізує контакт довжиною $[-aOa]$. Під дією сил стиску без тертя у поверхнях виникають контактні напруження p_n , а під час руху зі швидкістю V тиск у змащувальному шарі p_x ототожнюється з контактними напруженнями, де виділяють наявність піка Петрусевича в місці виходу рухомої поверхні з контакту, де товщина змащувального шару h_{min} є мінімальною.

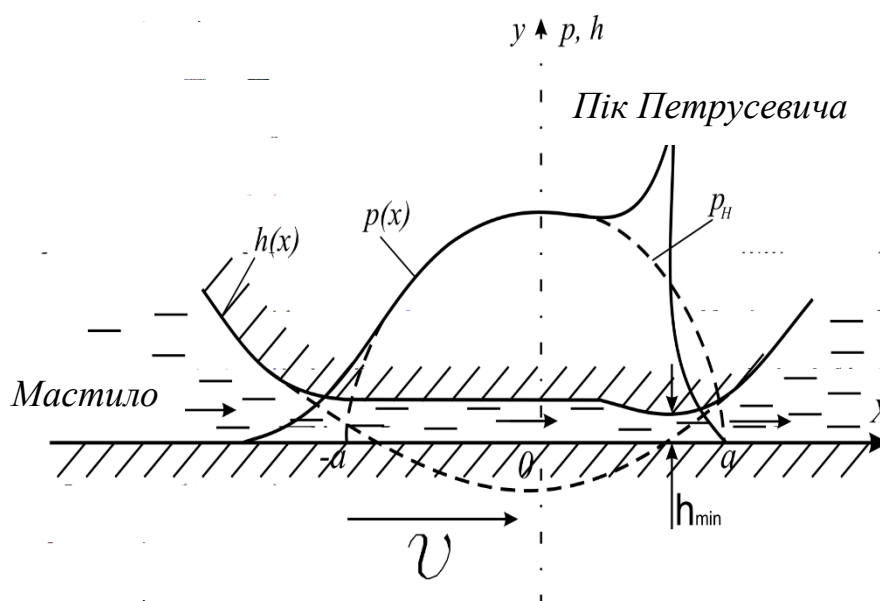


Рис. 4.6 Характерні ознаки ЕГД-контакту [24]

ЕГД-теорія побудована на таких основних положеннях:

1. Ресурс зон ЕГД-контакту визначається гранично допустимою товщиною змащувального шару, яка має перевищувати суму висот мікронерівностей поверхонь, що контактують;
2. Змащувальна плівка у контакті, утворена рідким середовищем, є однофазною ньютонівською рідиною на всій протяжності контакту;

3. Плівка мастила в ЕГД-контакті практично рівномірна у його центральній частині й звужується в ділянці виходу рухомої поверхні з нього;

4. Напруження в поверхнях ЕГД-контакту ототожнюються з тиском у змащувальному шарі;

5. Контактні напруження у поверхнях відповідають розрахунковим значенням за Герцом Г., а також відзначається наявність другого максимуму тиску (так званий пік Петрусевича) в зоні виходу рухомого елемента трибосистеми з ЕГД-контакту;

6. Товщина шару змащувального матеріалу в ЕГД-контакті як визначальний критерій працездатності вузлів тертя перебуває у діапазоні 0,1...1 мкм при герцівському тиску у контакті «циліндр – площина» 1 ГПа, а час проходження мастила через контакт складає $10^{-3} \dots 10^{-5}$ с. [26].

Із базових положень ЕГД-теорії випливає, що для підвищення ресурсу трибосистем потрібно реалізовувати рясне змащування контакту та уникати можливості виникнення умов масляного голодування. Теоретично тертя ЕГД-контакту є безносним, однак реальна експлуатація трибосистем кочення і ковзання показала: всі вони зношуються, що пояснюють нестійкістю режиму тертя на етапах пуску-зупинки. У ряді випадків рясне змащування ЕГД-контакту призводить до збільшення інтенсивності зношування і викришування поверхонь або до термічного руйнування. Збільшення витрат змащувального матеріалу для забезпечення більш інтенсивного тепловідводу від ЕГД-контакту виявилось малоефективним способом і, як показала практика, є причиною додаткового теплоутворення.

Експериментально встановлено, що зі збільшенням швидкості ковзання в ЕГД-контакті сила тертя в зоні малих швидкостей зростає. Потім, досягнувши максимальних значень, зменшується, що пояснюють зменшенням в'язкості масляного клина за рахунок збільшення температури у змащувальному середовищі. Так, професор Дмитриченко М.Ф. та його

учні досліджуючи вплив швидкості кочення на реологічні характеристики трансмісійних змащувальних матеріалів, довели, що ефективна в'язкість змащувального шару зі збільшенням швидкості суттєво зменшується, а товщина змащувального шару збільшується. Таке твердження пояснює підвищення ефективності змащування за рахунок зниження напружень зсуву змащувальних шарів і локалізації вектора напруження зсуву в них, де вплив твердих поверхонь мінімальний [25].

Однією з проблем еластогідродинамічної теорії мащення є питання про закономірну експериментальну поведінку сили тертя за збільшення швидкості ковзання. Залежність сил тертя від швидкості ковзання є однією з головних характеристик трибоконтакту. У трибології її прийнято називати «характеристикою тертя» і рекомендується враховувати під час конструювання трибосистем. Експериментальні дані, отримані в різних лабораторіях, свідчать про варіації сили тертя у разі збільшення швидкості ковзання залежно від умов. В одних випадках вона практично не змінюється, в других – зростає, в третіх – зменшується, а в умовах рідинного тертя за рясного змащування контакту зі збільшенням швидкості ковзання, як правило, спостерігається збільшення коефіцієнта тертя до деякого максимального значення, після якого сила тертя зменшується. При досягненні критичної швидкості сила тертя починає зростати аж до схоплювання.

Вплив швидкості ковзання v на зміну сили тертя видно з діаграми Герсі – Штрібека (рис. 4.7), що подана у вигляді залежності коефіцієнта тертя μ від характеристики підшипника, тобто від безрозмірної величини $\lambda = \eta v / p$, де η – в'язкість, p – осьове навантаження. Ця характеристика, по суті, відображає товщину змащувального шару. Якщо значення $\lambda = \lambda^*$, що відповідає мінімуму коефіцієнта тертя μ , відбувається перехід від граничного тертя до рідинного. Крива інтенсивності зношування I показує, що коли $\lambda > \lambda^*$, контакт деталей розмикається, і зношування теоретично зникає.

Численні експериментальні дані про ЕГД-контакт у разі мащення рідкими маслами свідчать про нелінійну залежність сили тертя від швидкості ковзання: за малих і середніх швидкостей сила тертя зростає до максимуму, а з подальшим збільшенням швидкості вона зменшується. Така зміна сили тертя суперечить ЕГД-теорії. У разі збільшення швидкості ковзання в несучому змащувальному шарі ЕГД-контакту тиск зростає, що спричиняє збільшення його товщини, в'язкості та сили тертя.

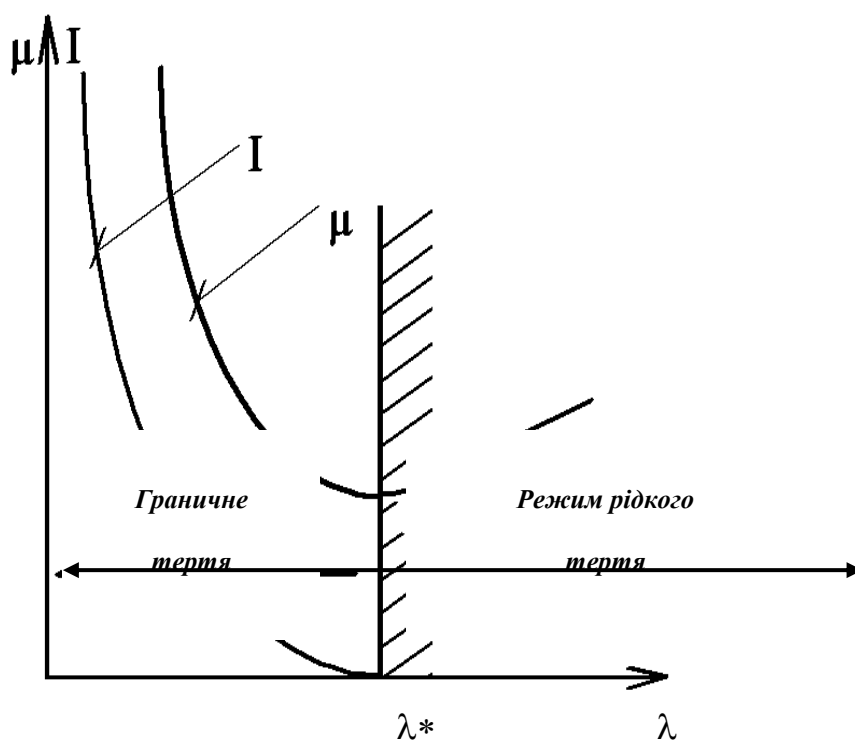


Рис. 4.7 Діаграма Герсі – Штрибека

У випадку збільшення швидкості температура мастила підвищується, товщина його шару і несуча здатність зменшуються, чим і пояснюють деяке збільшення сили тертя до максимуму (рис. 4.8) і збільшення сили тертя за середніх швидкостей ковзання (0,2...0,5 м/с).

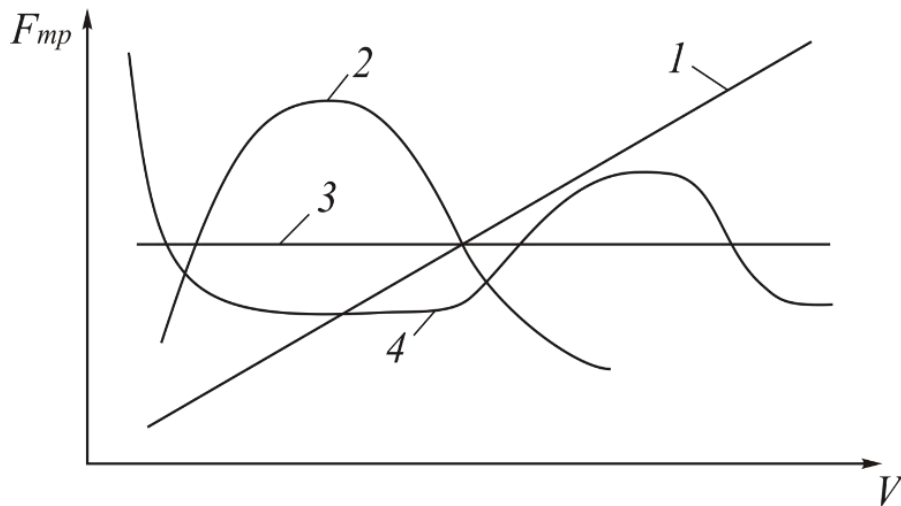


Рис. 4.8 Якісні залежності коефіцієнта тертя μ від швидкості ковзання v в моторних маслах [14]:

1 – лінія Петрова М.П.;

2 – за Кодніром Д.С.;

3 – адгезійно-деформаційна теорія граничного тертя;

4 – за Костецьким Б.І.

Виходячи з ЕГД-теорії, зазначимо, що подальше підвищення швидкості ковзання призводить до більш інтенсивного локального зростання температури і зменшення в'язкості масла, чим і пояснюють зменшення сили тертя. Однак таке бачення експериментально не підтверджується, оскільки об'ємна температура масла збільшується лише на декілька градусів, а виміряти гіпотетично високу локальну температуру в змащувальному шарі ЕГД-контакту (понад 100°C) поки не вдається.

Для оцінки ефективності різних змащувальних матеріалів з позиції ЕГД-теорії тертя розроблено безліч методик, серед яких привертають увагу ті, що враховують умови навантаження певного агрегату, зокрема. Надзвичайно ефективними виявились методики та пристрої досліджень змащувальних шарів з прозорими деталями модельних трибосистем, що дозволило візуально спостерігати явища кавітації. На таких лабораторних приладах Флоберг Л. вперше візуально спостерігав це явище та виконав

прямі вимірювання тиску у змащувальній плівці в радіальному напрямку при терті.

Головний критерій ефективності змащувальних матеріалів – мінімальна товщина мастильного шару в ЕГД-контакті, в динаміці зазвичай оцінюється за непрямими параметрами електричних, світлових, рентгенівських та інших сигналів. У зв'язку з тим, що модельні ЕГД-трибосистеми переважно виготовлюються з непрозорих матеріалів, агрегатний стан середовища, в якому відбувається тертя, випадає з поля зору дослідників. Лише в деяких експериментальних приладах реалізовано оптичний канал для визначення товщини змащувального шару та спостереження за агрегатним станом мастильного середовища. Це дозволило спостерігати виникнення кавітації у змащувальних шарах.

Всі мастильні матеріали при атмосферному тиску містять у собі від 5 до 15% об'єму розчиненого газу, парів або повітря. При зменшенні тиску в локальних мікрооб'ємах суцільної рідини до тиску її насичених парів виникнуть порожнини у вигляді пухирців. Вперше кавітація у змащувальних шарах спостерігалась під час тертя кочення. Також кавітація спостерігалась за винятково малих швидкостей для рідин із великим поверхневим натягом.

Сьогодні накопичений великий експериментальний матеріал, який свідчить про виникнення кавітації у ЕГД-контактах, а механізм її збудження трактується по-різному. Так, Штейнберг А.А. у 1963 році вказував на високу ймовірність локального зниження тиску у змащувальних шарах підшипникових опор турбін електростанцій на основі аналізу вигляду руйнування поверхонь тертя. Робочі поверхні підшипникових опор турбін мали характерні пошкодження, притаманні кавітаційно-ерозійному зношуванню. Штейнберг А.А. припустив, що зниження тиску відбувається у середині змащувального шару за рахунок локально-миттєвого збільшення його фрагментів у мікрооб'ємах між хвилястими поверхнями, що знаходить своє підтвердження.

Явище розриву змащувальної плівки у трибоконткті, що експериментально спостерігалось, завдяки переконливим доказам виникнення кавітаційних зон у трибоконтктах та розривності течії змащувальної рідини, спонукало до необхідності переглянути початкові умови гідродинамічної задачі. Так, відносно недавно найбільше визнання під час розв'язання гідродинамічної задачі підшипника ковзання отримало узагальнене рівняння Гарольда Елрода:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{\bar{h}^3 \bar{\beta}}{12 \bar{\mu}} g(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{\bar{h}^3 \bar{\beta}}{12 \bar{\mu}} g(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial \bar{z}} \right] = \frac{\bar{\omega}}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{h} \theta) + \frac{\partial}{\partial \tau} (\bar{h} \theta). \quad (4.8)$$

Відносно функції ступеня заповнення зазору $\theta(\varphi, z)$ забезпечує виконання умов нерозривності. Тут $\bar{\beta}$ – безрозмірний коефіцієнт стиску змащувальної рідини.

Доцільність визначення гідродинамічних тисків на основі рівняння Елрода за граничних умов ЯФО в рамках рішення ЕГД-задачі змащування обґрунтовується необхідністю врахування пружних властивостей реального підшипника, при роботі якого виникають нерегулярні зміни геометрії зазору і змащувального шару в ньому: його локального збільшення або зменшення. Внаслідок цього відбувається розрив змащувального шару, умови реалізації котрого не можуть бути точно описані граничними умовами типу СШ для рівняння Рейнольдса, що не допускають зменшення тиску у ЗШ нижче від атмосферного.

Алгоритми, за допомогою яких розв'язується рівняння (4.8) за граничних умов ЯФО, мають назву «алгоритмів збереження маси».

Безрозмірна товщина змащувального шару підшипника, що входить до рівняння (4.8), знаходиться з виразу:

$$\bar{h}(\varphi, \tau, \bar{p}, T) = \bar{h}_{rig}(\varphi, \tau) + \bar{W}(\varphi, \bar{p}, \tau, T), \quad (4.9)$$

де $\bar{h}_{rig}(\varphi, \tau)$ – безрозмірна товщина змащувального шару в «абсолютно жорсткому» підшипнику; $\bar{W}(\varphi, \bar{p}, \tau, T)$ – безрозмірні пружні переміщення поверхні підшипника під дією навантажень; T – теплові поля шипа та підшипника.

Експериментально явище кавітації спостерігав та зробив спроби виміряти розрідження в дифузійній зоні радіального підшипника ковзання Флоберг Л. у 1957 році. Тоді мінімальний вимірний тиск становив 85 кПа, який був постійним на дузі від виходу вала з контакту до максимального зазора у підшипнику. На основі цих результатів виникла гіпотеза про мікрогідродинамічний ефект, згідно з яким Мур Д. запропонував механізм підвищення несучої здатності змащувальної плівки у дискретному контакті трибосистеми кочення за рахунок кавітаційних процесів, що проходять на схилах мікрогеометричних профілів поверхні нерухомого підшипника. При цьому струминні течії, що виникають у повітряних кавернах змащувальної плівки в кавітаційній зоні, спрямовані до пружно-деформованої зони. Тобто можливість виникнення кавітації у пружно-деформованій зоні контакту не розглядається. Запропоновані авторами уявлення про причини та наслідки кавітаційних явищ у трибоконткті з процесами зношування поверхонь не пов'язуються. Підлягає сумніву також уявлення про підвищення тиску та розрідження змащувальних шарів у мікроконтакті трапецієподібного виступу (довжиною 100 мкм та висотою 2,5 мкм) з полірованою поверхнею ковзання. Центральносиметрична картина розподілу тиску під час тертя у такому контакті, де відношення довжини до висоти становить 40, ймовірно, буде порушена і в середній частині контакту плоскої трапеції з площиною встановиться та буде постійним тиск, рівний атмосферному.

Таким чином, у теоретичних розрахунках ЕГД-контактів, як і в гідродинамічній теорії мащення, розраховуються ті ж самі гідромеханічні характеристики (мінімальна товщина змащувального шару, розподіл тиску

у ньому, теплові поля, витрати масла через торці підшипників та ін.). Так само розв'язуються модифіковані рівняння Елрода з використанням граничних умов Якобсона – Флоберга – Ольсона. При цьому враховуються пружні властивості поверхонь контакту, їх деформації та відповідний перерозподіл контактних напружень. Під час розв'язання ЕГД-задач використовуються граничні умови ЯФО, одна з яких обмежує тиск у мастильному середовищі між поверхнями величиною атмосферного тиску, тобто розрідження змащувальних шарів не розглядається.

Еластогідродинамічна теорія змащування характеризується розбіжністю теоретичних розрахунків та практики експлуатації реальних вузлів тертя. Так, твердження, що мінімальна товщина змащувального шару є однозначним та надійним критерієм вантажопідйомності підшипників ковзання, не є переконливим, оскільки реальні трибосистеми зношуються. Пояснення цього факту періодами запуску та зупинки ЕГД-трибосистем також викликає сумнів. Як буде показано нижче, за надзвичайно малих і м'яких навантажень модельна ЕГД-трибосистема ковзання в лабораторних умовах після тривалих випробувань, з невеликою інтенсивністю, але зношувалась.

Відповідно до ЕГД-теорії змащування, ЕГД-контакт характеризується такими постулатами і твердженнями:

- під час тертя змащувальні шари в ЕГД-контакті є ньютонівською рідиною, вони повністю розділяють поверхні, хоча про можливість перебігу за певних умов всередині змащувальної плівки кавітаційних процесів відомо;

- тиск, що виникає у змащувальних шарах під час тертя, ототожнюється з контактними розрахунковими напруженнями поверхонь за Герцом G ;

- тиск у змащувальних шарах завжди більший від тиску навколишнього середовища, зокрема і атмосферного, в якому реалізується тертя ЕГД-контакту.

ЕГД-теорія тертя трибоконтакту передбачає визначення несучої здатності змащувальної плівки у трибоконтактах кочення кулькових і вальцевих (роликів) підшипників та зубчастих передач редукторів, що також зводиться до оцінки мінімальної товщини змащувального прошарку h_{\min} . Автори ЕГД-теорії стосовно форми плівки у пружно-деформованому криволінійному герцівському контакті з урахуванням впливу локального тиску на в'язкість масла прийшли до висновку, що на 95% ширини контакту з високими контактними напруженнями 1000...4000 МПа, змащувальна плівка є паралельною двом паралельним пружно-деформованим поверхням, а тертя майже повністю обумовлене великою в'язкістю, яка визначається із розрахунків за формулами Герца Г. у центрі контакту. Грубін О.М. у роботі запропонував відому формулу визначення мінімальної товщини змащувального шару в зазорі підшипника ковзання:

$$h_{\min} = 1,13 \cdot f(N, \nu, R, L, E) \cdot (\alpha \cdot \mu_0)^{0,727}, \quad (4.10)$$

де N – сила навантаження контакту, ν – швидкість кочення, E – приведений модуль пружності матеріалів, R та L – приведений радіус кривизни контакту та його довжина, α – коефіцієнт залежності об'ємної в'язкості μ_0 від тиску $p(x)$, який ототожнюється з герцівськими напруженнями $\sigma(x)$.

Зрозуміло, що за всебічного об'ємного стиску рідини до десятків тисяч атмосфер її розрахункова в'язкість μ_p , за формулою Баруса, збільшиться до велетенських значень, і розглядати її як текучу рідину не можна.

Такий висновок залишається гіпотетичним, оскільки прямі виміри тиску в ЗШ трибоконтактів у реальних умовах тертя досі не отримані. Насправді змащувальні шари у трибоконтактах пружно-деформованих поверхонь не є обмеженими з усіх сторін, а відкриті і взаємодіють з

навколоконтактними шарами змащувальної рідини, що у нормальних умовах перебуває під дією атмосферного тиску. Тобто у процесі стиску змащених поверхонь фрагменти приповерхневих шарів будуть як чинити опір в осі стиску, так і перетікати через сусідні шари назовні у середовище (екструзія), на що вказувалось у роботах Рейнольдса О., а в'язкість пружно-деформованих тонких шарів набуває дещо іншого фізичного тлумачення.

Обґрунтованість експоненціальної залежності пояснюється значним зростанням в'язкості при збільшенні об'ємного тиску. Наприклад, при тиску за Герцом ≈ 1 Гпа, в'язкість мінерального масла зростає в 10^6 разів порівняно з її значенням за атмосферних умов. Вважається, що за таких умов рідинна змащувальна плівка набуває властивостей твердої «склоподібної» або «аморфної» речовини, яку часто визначають, як «третє тіло». Перебіг будь-яких динамічних процесів у такій плівці офіційна трибологія традиційно заперечує. За ДСТУ 2823-94 термін «граничне тертя» тлумачиться, як «мащення, в умовах якого тертя та зношування поверхонь, що рухаються одна відносно одної, визначаються їх властивостями, а також тими властивостями мастильного матеріалу, які відрізняються від об'ємної в'язкості мастильного матеріалу».

Вище наведені основні тези щодо фізичних уявлень про ЕГД-контакти трибосистем експериментальними прямими методами вимірювання тиску в ЗШ у динаміці недостатньо обґрунтовані. Результати визначення оптичними методами агрегатного стану змащувальної плівки під час тертя, зокрема утворення масло-повітряних суспензій, до уваги не брались, оскільки традиційно вважається, що змащувальна рідина при терті має сталі реологічні параметри з постійними густиною та в'язкістю і є гомогенною речовиною.

4.3. Проблеми трибології граничного мащення

До найбільш поширених та проблемних належать трибосистеми, що працюють в умовах граничного змащування. Цей особливий режим тертя характеризується інтенсивним зношуванням поверхонь та підвищеними значеннями сили тертя.

За граничного та напіврідинного режимів змащування трибосистеми зношуються, а змащувальні шари є міцним та гнучким ворсом, що сприймає контактне навантаження. Вважається, що такі змащувальні шари мають анізотропію механічних властивостей, сприймають і витримують високе нормальне навантаження та мають низький опір дії тангенціальних напружень. Товщина змащувального шару залежно від навантаження, швидкості ковзання, складу та властивостей мастильного матеріалу, може сягати 400...500 молекулярних шарів. Враховуючи середній розмір молекули змащувальної рідини, товщина змащувального шару може становити 0,5...0,8 мкм.

Дослідженню природи та фізики процесу тертя в умовах граничного змащування присвячена низка фундаментальних робіт Гарді В., Ахматова А.С., Дерягіна Б.В., Костецького Б.І., Крагельського І.В., Ребіндера П.О., Боудена Ф. і Тейбора Д., Чічінадзе О.В., Лужнова Ю.М., Гаркунова Д.М. та ін. У більшості цих робіт показано, що змащувальна мастильна плівка у трибоконтаті становить деяку субстанцію, що має рідкокристалічну будову, її часто називають «третім тілом» або склоподібним шаром, де виникнення течій виключено. При цьому вважається, що тиск у такому змащувальному шарі є відбитком герцівських контактних напружень, він завжди вищий, ніж тиск навколишнього середовища як у стані спокою, так і під час тертя. Головною експериментальною ознакою реалізації режиму тертя в умовах граничного змащування є зношування поверхонь внаслідок молекулярної

взаємодії поверхонь, що спричиняє виникнення відповідної домінуючої адгезійної складової сили тертя (99%, за Крагельським І.В.).

Сучасна теорія зношування тонких поверхневих шарів в умовах граничного змащування базується на фундаментальних роботах українських вчених Аксьонова О.Ф., Запорожця В.В., Шевелі В.В., Дмитриченко М.Ф., Райка М.В., Мнацаканова Р.Г.

Науковий напрямок трибології з підвищення зносостійкості металів під час тертя в низькомолекулярних вуглеводневих рідинах під керівництвом Костецького Б.І. розвивав член.-кор. НАН України, професор Аксьонов О.Ф. Ним та його учнями (Белянським В.П., Шепелем А.Я., Хлистуном Л.П. та ін.) вирішувалась одна з найважливіших проблем авіації, що в той час стрімко розвивалась – підвищення зносостійкості прецизійних паливних, гідравлічних і пневматичних агрегатів відповідних систем. Особливе місце в цих дослідженнях посідають виявлені закономірності тертя та зношування в низькомолекулярних вуглеводневих середовищах. Зокрема, виявлені домінуючі окисні трибохімічні процеси руйнування поверхонь тертя було запропоновано пригнічувати шляхом насичення робочих рідин нейтральними газами. Були розроблені відповідні методики й апаратура для знекиснення авіапалив на борту літаків. Пріоритетним напрямком у науковій діяльності Аксьонова О.Ф. завжди був і залишається пошук нових знань про природу тертя, котрі б дозволили розкрити суть цього явища, пояснити безліч експериментальних ефектів, які неможливо пояснити сучасними теоріями, і проектувати беззносні трибосистеми.

Професор Запорожець В.В. показав, що структурно-енергетичні особливості поверхні визначають акумулювання у поверхневих шарах структурних мікропошкоджень з випереджальним, порівняно з об'ємним, темпом, інтенсивним розвитком комплексу структурних та фазових перетворень відповідно до умов зовнішнього навантаження. Фрактографічні дослідження, проведені Запорожцем В.В., показали, що

взаємодію поверхонь при граничному терті слід розглядати як взаємодію випадково-коливальних полів. Це призводить до середньо- та високошвидкісного імпульсного пружного та непружного деформування локальних мікроб'ємів. При цьому процес руйнування поверхонь тертя слід розглядати як періодичне утворення, формування та руйнування вторинних структур на робочих поверхнях трибосистем. Професор Запорожець В.В. показав, що поверхневі шари структурних мікропошкоджень акумулюють структурно-енергетичні процеси та випереджають об'ємні за інтенсивністю перебігу структурно-фазові перетворення відповідно до умов зовнішнього навантаження. Ним показано, що такі поверхневі структури метастабільні й динамічні, тобто легше переходять у нові структурні стани, ніж глибинні. Запорожець В.В. першим встановив явище акустичної емісії, запропонував відповідні методи моніторингу та діагностики трибосистем в експлуатації, сформулював обернену задачу трибосистеми та алгоритм її стохастичного вирішення.

На рис. 4.9 показано теоретичний (а) та реальний (б – осцилограма) розподіл, а також спектр (в) сумарних напруг у поверхневому шарі контактної ділянки підшипників кочення.

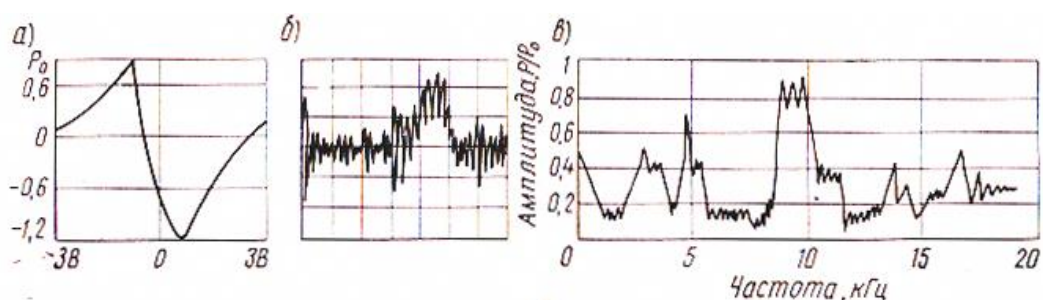


Рис. 4.9 Ксерокопія: теоретичний (а) та реальний (б – осцилограма) розподіл, а також спектр (в) сумарних напружень у поверхневому шарі контактної ділянки підшипників кочення, де p_0 – максимальний тиск у центрі контактної ділянки та B – півширина плями контакту

Різнопольярний розподіл поверхневих напружень трибоконтакту кочення, тобто трибосистеми «тверде тіло – тверде тіло» теоретично доведено та експериментально підтверджено Шалламахом А., який моделював тертя кочення та досліджував контактну взаємодію поверхонь гуми та скла. Різнопольярність пояснюється виникненням тангенціальних напружень стиску зі знаком «+» та деформації поверхонь тертя зі знаком «-». Дія поверхневих напружень розтягу зі знаком «-» приводить до відповідних позитивних значень деформації рис. 4.10.

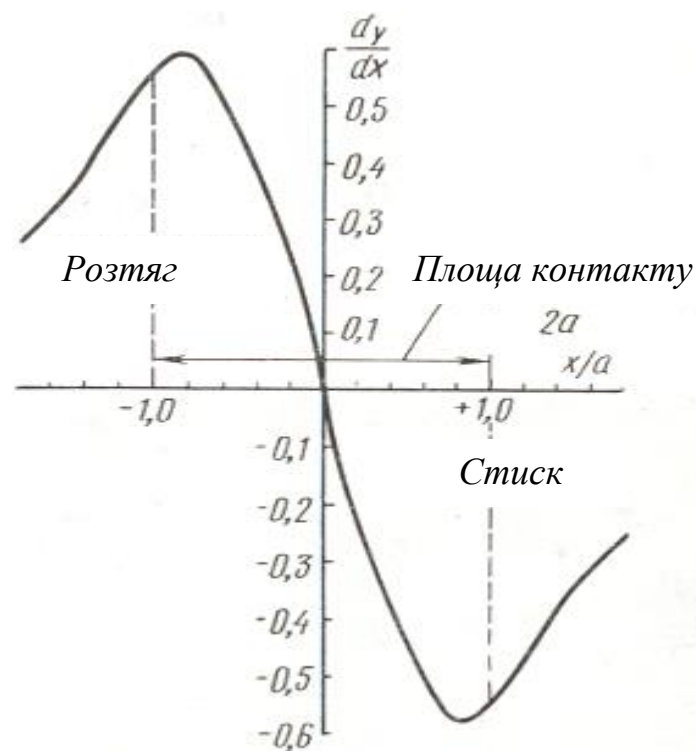


Рис. 4.10 Хвиля деформації за Шалламахом А. [16]

Особливе місце в трибології граничного змащування посідає дослідження явищ втоми поверхні трибоконтакту та динаміки еволюції дислокаційних структур, а також фретинг-втоми металів, котрі виконуються професором Шевелею В.В. та його учнями. Шевеля В.В. першим звернув увагу на низькоамплітудні й високочастотні вібраційні коливання під впливом циклічних навантажень, що виникають у всіх видах

техніки, довів необхідність їх урахування та запропонував відповідний алгоритм проектування високоефективних вузлів тертя. Фретинг-втомне зношування як домінуючий процес пошкодження поверхонь тертя було виявлене у численних трибосистемах, що привело до виникнення відповідної теорії, в рамках якої розкриті механізми втомного руйнування як під час тертя кочення, так і тертя ковзання та розроблені оригінальні конструкційно-технологічні методи підвищення фретинг-втомної міцності. До них належать хіміко-термічний, хімічний і електрохімічний методи обробки поверхонь, а також метод поверхнево-пластичного деформування, які, у свою чергу, містять низку методів, широко використовуваних у машинобудуванні й, головне, які дозволяють в багато разів збільшити зносостійкість трибосистем. Шевеля В.В. [23, 38 – 40] показав вплив явищ деформаційного зміцнення зони контакту на опір трибовузла зносу, що пов'язано з реологічними механізмами зміни динамічного напруження поверхонь тертя, котрі зумовлені дифузійною та дислокаційною рухливістю субструктури матеріалу.

Мнацаканов Р.Г. [37], вивчаючи процеси зношування в умовах несталих режимів тертя, характерних для деталей циліндро-поршневої групи двигунів внутрішнього згоряння, показав, що під час зрушення з місця робочої поверхні трибосистеми виникає розрив масляної плівки, який триває 0,1 с, та в цей період дуже ймовірно виникнення металевого контакту поверхонь, що триває приблизно 0,035 с. Дослідник встановив, що хром у змащувальному середовищі слугує каталізатором під час утворення захисних плівок (полімерів тертя), а також відстежив взаємозв'язок між підвищенням мікротвердості поверхневого шару металу та наявністю хімічних сполук, що утворюються під час тертя. Таким чином, виник та розвивається один з найбільш перспективних напрямків трибології самогенеруючих органічних плівок.

З метою підвищення зносостійкості широко використовуються різноманітні технології профілювання робочих поверхонь тертя. На

прикладі газодинамічних опор ковзання гіроскопів була розроблена так звана теорія вузьких канавок (ТВК) Уіппла (Whipple R.T.P.). Цю теорію намагались покращити Сінг і Маланоскі, Константинеску та Кастеллі, Уітлі та Вільямс (Whitley S.; Williams L.J.), а також Елрод. У подальших роботах ТВК удосконалювалась шляхом урахування стиску несучого шару. У роботах Дадаєва С.Г. основний акцент зроблено на формуванні несучого шару змащувального середовища у конфузорній частині контакту, але позитивний ефект отримувався емпіричним шляхом, де динамічні процеси, що виникають у дифузорних зонах контактів, практично не враховувались.

Вперше гіпотезу про виникнення кавітації у змащувальних шарах мастильної рідини в опорах ковзання турбін електростанцій висунув Штейнберг А.А. у 1963 році. Тоді довести цю гіпотезу експериментально не вдалось, а проблема корозійно-ерозійного зношування вирішувалась шляхом використання пружних поверхневих демпферних полімерних плівок.

У 1988 році була перекладена російською мовою відома монографія німецького вченого Кламанна Д., де висувалась гіпотеза про виникнення у трибоконтках кочення кавітації, що призводить до пошкоджень поверхонь у вигляді піттингу. Науковий редактор перекладу професор Заславський Ю.С. піддав це критиці й підкреслив, що це особиста думка Кламанна Д.

За останні 25 років вийшла достатня кількість публікацій Б. Хемрока, Г. Елрода, Д. Доусона та ін., де кавітаційна зона у трибоконтках кочення описується теоретично в межах математичних моделей, але про фізику її виникнення не йдеться, а експериментальні докази ґрунтуються на схожості характеру руйнування поверхонь під час тертя на кавітаційно-ерозійні при кавітації.

Тому необхідно виявити ті динамічні процеси в змащувальних шарах, що призводять до їх фазових перетворень, десорбції та виникнення

у таких умовах адгезійних зв'язків між атомами поверхонь тертя, і є головною причиною зношування.

Сучасна трибологія як наука про тертя та зношування в умовах граничного змащування високо- і низькомолекулярними вуглеводневими середовищами містить у собі низку фундаментальних концепцій, положень і теорій. Визнаною в усьому світі є молекулярно-механічна або адгезійно-деформаційна теорія тертя і зношування, в основу якої покладено гіпотезу про двоїсту природу тертя. Згідно з цією теорією, макросила тертя (F_{mp}) містить у собі дві основні складові: механічну або деформаційну (F_{def}) та молекулярну або адгезійну (F_{adg}):

$$F_{mp} = F_{adg} + F_{def}, \quad (4.11)$$

Дослідження співвідношення адгезійної та деформаційної складових сили тертя показали, що в умовах граничного змащування перша (молекулярна) складова (4.11) більша за механічну в 10000 разів за В. Гарді, а за даними Крагельського І.В, ця величина складає 100. Тобто, деформаційна складова становить не більше 1% макросили тертя, яка вимірюється апаратно. Це означає, що домінуючим під час тертя в умовах граничного змащування є процес адгезійної взаємодії робочих поверхонь.

Процес зношування, ініційований двома основними контактними процесами (адгезія і деформація), також має двоїсту природу. Тобто, зношування внаслідок адгезійної взаємодії поверхонь тертя, що супроводжується зменшенням маси (dM_{adg}) і, відповідно, об'єму (dV_{adg}) робочих поверхонь деталей з утворенням продуктів зношування, а також зношування деформаційне (dV_{def}), що характеризується пластичною та пружно-пластичною деформацією поверхонь з відповідною зміною геометрії без зменшення маси:

$$dV_{mp} = dV_{адг} + dV_{деф} = dM_{адг/\rho} + dV_{деф}, \quad (4.12)$$

де dV_{mp} – сумарна величина зношування, ρ – густина конструкційного матеріалу.

Пластичний контакт трибосистем, що приводить до лінійної формозміни, виникає за першого прикладення навантаження. У разі повторного навантаження, тобто за подальшого тертя, деформація має бути пружною. Пластична течія поверхонь тертя є неприпустимою, інакше унеможлиблюється нормальна робота вузла тертя. В результаті зношування матеріалу поверхонь тертя в змащувальному середовищі завжди утворюються продукти зношування, які виносяться з контакту гідродинамічними потоками мастила визначеною траєкторією та накопичуються у віддалених від контакту ділянках.

Таким чином, зношування матеріалу поверхонь тертя має адгезійно-деформаційну природу й відбувається під дією визначених силових процесів у фрикційному контакті, котрі призводять до певних локальних умов контактування змащувальних шарів (ЗШ) змащених поверхонь.

В основу загальноновизнаної молекулярно-механічної теорії тертя Крагельського І.В. та адгезійно-деформаційної теорії Будена – Тейбора покладено уявлення про зближення двох шорстких поверхонь при їх контактній взаємодії. Внаслідок дискретності такого контакту шорстких поверхонь при їх стиску з невеликим зусиллям на ділянках їх дотику виникають високі напруження. У результаті деформування матеріалів тіл, що контактують, поверхні контакту починають наближуватися, залучаючи все більшу кількість виступів нерівностей. Цей процес відбувається доти, поки площа контакту не стане достатньою, щоб здійснювати повну компенсацію зовнішньої сили стиску. Під час фрикційної взаємодії для розрахунків при зосередженому навантаженні півпростору існує ряд формул для «крапкового» контакту (задача Бусінеску), для «лінійного»

контакту (задача Фламана), для розподіленого навантаження півпростору (комбінація наведених задач). За допомогою цих формул оцінюють параметри пружного герцівського, пластичного та пластично-пружного контакту сферичних та циліндричних тіл.

У сучасній трибології визначилась низка фізичних моделей тертя та зношування, розроблених Гарді В., Дерягіним Б.В., Ахматовим О.С., Боуденом Ф., Тейбором Д., Виноградовим Г.В., Матвієвським Р.М. та ін., що виникли з різних уявлень про фізико-хімічні процеси у трибоконткті. Тертя в умовах граничного змащування завжди призводить до зношування поверхонь тертя, причому механізм зношування визначається природою змащувальних шарів, а остання зумовлена природою змащувального середовища, матеріалу тіл, що контактують, і процесами утворення змащувальних шарів. Узагальнення цих моделей дозволило встановити температурні залежності коефіцієнта тертя (рис. 4.11), де на окремих ділянках можуть реалізовуватись помірно адгезійне зношування (при температурах, менших $T_{кр1}$), корозійно-механічне зношування в інтервалі від $T_{км}$ до $T_{кр2}$ та інтенсивне адгезійне зношування – при температурах, більших $T_{кр2}$ та в інтервалі $T_{кр1} \dots T_{fmax}$. Вплив змащувального матеріалу в розрахунках на тертя та зношування за молекулярно-механічною теорією визначається шляхом експериментальної оцінки величини тангенціальної міцності адгезійного зв'язку за рівнянням Арчарда у його сучасній інтерпретації – за температурно-залежною константою швидкості зношування. При цьому в інтервалі $T_{км} \dots T_{кр2}$ необхідно враховувати два процеси, що відбуваються одночасно: зростання швидкості утворення модифікованих шарів та зростання швидкості зношування цих шарів у випадку збільшення температури в трибологічному контакті.

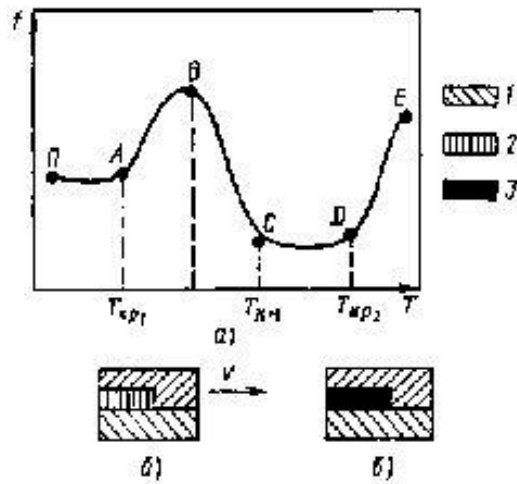


Рис. 4.11 Узагальнена залежність коефіцієнта тертя від температури при граничному змащуванні (а) і передбачувані моделі тертя на ділянці ОАВ (б) і ВСДЕ (в): 1 – метал; 2 – адсорбований шар; 3 – хімічно модифікований шар

При цьому в інтервалі температур від $T_{км}$ до $T_{кр2}$ необхідно враховувати два одночасно змінних процеси: зростання швидкості утворення модифікованих шарів і зростання швидкості зношування цих шарів зі зростанням температури в трибологічному контакті. За температури $T_{кр2}$ швидкість руйнування модифікованого шару настільки перевищує швидкість його утворення, що відбувається перехід від м'якого корозійно-механічного до інтенсивного адгезійного зношування, незворотного псування поверхонь тертя, виводу з ладу спряження.

За певних умов у трибологічному контакті можуть бути реалізовані трибохімічні процеси (вибірковий перенос, утворення полімерів тертя та ін.), які забезпечують низьке значення коефіцієнта тертя і практично повну беззносність. Метод ключових інваріантів дозволяє за даними модельного експерименту врахувати різні види контакту тіл тертя – від контакту через суцільний шар змащувального середовища на одній ділянці контакту до контакту через модифікований шар або контакту безпосередніх ділянок металу.

Найбільш ефективним при модельному експерименті є відтворення з урахуванням масштабного фактора умов роботи трибоспряження, котрі мають місце під час експлуатації (Браун Е.Д., Євдокимов Ю.О., Чічінадзе О.В.). Для цього використовуються принципи математично-фізичного моделювання трибологічних систем, що базуються на основних положеннях теорії зовнішнього тертя і втомлюваного зношування, за якими ці процеси, використовуючи термінологію академіка Ребіндера П.О., є комплексними процесами фізико-хімічної механіки. Вони регламентуються такими послідовними і взаємозалежними етапами процесу тертя:

- взаємодією поверхонь тіл з урахуванням впливу навколишнього середовища;
- зміною властивостей поверхневих шарів у результаті взаємодії з урахуванням навколишнього середовища;
- руйнуванням поверхонь (зношуванням) внаслідок двох попередніх етапів (за Чічінадзе О.В.);
- властивостями матеріалів пари тертя та навколишнього середовища;
- мікро- і макрогеометрією елементів контакту та коефіцієнтом взаємного перекриття;
- режимом тертя за навантаженням, швидкістю ковзання, початковою і поточною, об'ємною і поверхневою температурою та градієнтом температур за координатою і часом.

У зв'язку з цими основними положеннями під час моделювання реальних процесів фізико-хімічної механіки необхідно прагнути до максимального відтворення тих процесів, котрі мають місце в реальних вузлах тертя.

Ефективність використовуваних методів математично-фізичного моделювання в наш час не викликає сумніву. Вони дозволяють у декілька разів скоротити тривалість процесу добору пар для вузлів тертя з

обов'язковим прогнозуванням їх довговічності. Це має суттєвий економічний ефект, особливо для великогабаритних конструкцій – не менше 10 гривень на 1 гривню капіталовкладень.

Підвищенню якості моделювання сприяє аналіз теплових процесів під час тертя, зношування і мащення. На сьогодні розроблено експериментально-теоретичні методи розрахунку максимальної температури на площах фактичного контакту деталей, середніх інтегральних значень поверхневої температури напівпростору і мікрровиступу, середньої поверхневої і об'ємної температур контактуючих деталей машин за часом. При цьому враховується розподіл теплоти між елементами пари тертя, середня температура трибоповерхні і температурний спалах при нестационарних режимах (повторно-короткочасному і тривалому). Ці досягнення отримані завдяки роботам Чічінадзе О.В., Коровчинського М.В., Блока Х., Егера Д.К., Гінзбурга А.Г. та ін., але поки що широкого інженерного застосування не набули через складність математичного апарату та значні відхилення від експериментальних значень.

Динаміка процесів тертя і зношування деталей машин нерозривно пов'язана із фрикційно-зношувальними властивостями матеріалів пари тертя й залежить від швидкісного, навантажувального і температурного режимів на фрикційному контакті з урахуванням впливу навколишнього середовища. Фрикційно-зношувальні характеристики пари тертя можуть змінюватись на 200...400 % і більше порівняно з вихідними. Усе це враховує теплова динаміка тертя і зношування (ТДТЗ) твердих тіл, котра дозволяє на стадії проектування розрахувати і дослідити робочі характеристики вузлів тертя деталей машин з різними спряженнями матеріалів з метою вибору варіанта, близького до оптимального для заданих умов експлуатації.

У ТДТЗ використовуються експериментальні залежності, отримані в результаті випробувань пар тертя на малогабаритних зразках за певними

стандартизованими методиками. Серед 150 методів випробувань, регламентованих ДОСТ, ASTM, SAE, ISO і DIN, зазвичай віддають перевагу методу фрикційної теплостійкості або температурному методу отримання залежностей фрикційно-зношувальних характеристик матеріалів деталей машин (включаючи змащувальні) від температури фрикційного розігріву.

Трибологам, котрі працюють у машинобудуванні, доводиться враховувати особливості кожної з 20 підгалузей цієї найважливішої галузі обробної промисловості. Очевидно, що специфіка трибології в автомобільній промисловості, комунальному і хімічному машинобудуванні, деревообробці й авіабудуванні суттєво відрізняється. Однак під час аналізу умов функціонування деталей машин, призначених для кожної з таких підгалузей, доцільно виділити сім факторів, що визначають механізм фрикційної взаємодії:

- вид контакту (точковий, лінійний, по поверхні), від якого залежить напружений стан і розподіл навантаження;
- коефіцієнт взаємного перекриття $k_{\text{вз}}$ ($k_{\text{вз}} = 1$; $1 > k_{\text{вз}} > 0,1$; $k_{\text{вз}} < 0,1$), важливий для оцінки процесів окислення і видалення продуктів зношування;
- вид змащування, що забезпечує граничне тертя або періодичне повне розділення поверхонь контакту за рахунок гідродинаміки чи еластогідродинаміки;
- вид зношування (провідний), обумовлений середовищем, в котрім експлуатується трибоспряження, – механічний, корозійно-механічний або тепловий;
- вид навантаження (основні ознаки) – стаціонарний (як силовий, так і тепловий), тепло-імпульсний і нестаціонарний;
- вид навантаження (додаткові ознаки) – різко нестаціонарний з накладенням вібрації; стаціонарний з додатковим підігрівом, який змінює

механізм поширення теплоти на фрикційному контакті; знакозмінний, що змінює механізм зношування;

- негативні процеси в контакті, що супроводжують взаємодію, такі як порушення сумісності, виникнення автоколивань і клас інших явищ (впливи тертя на втомлюваність матеріалу і втомлюваності на концентрацію напружень). Ці фактори обов'язково враховуються під час організації та проведення модельних випробувань.

Для підбору пар тертя деталей машин і виявлення їх службових властивостей стосовно реального вузла тертя зазвичай використовують раціональний цикл триботехнічних випробувань, котрий дає змогу експериментально прискорено встановити передбачувану довговічність елементів пари тертя і вузла тертя у цілому та втрати на тертя при заданому його конструктивному оформленні.

Залежно від призначення, застосовувані в трибології засоби випробувань можна умовно розподілити на такі групи:

- лабораторні машини й установки для випробування матеріалів деталей, використовуваних у трибоспряженні (зазвичай випробувальний блок або зберігає форму зразків, адекватну формі типових деталей машин, або передбачає випробування на зразках найпростішої форми (кільця, пластини, шари та ін.), досить зручних у виготовленні);

- прилади для визначення теплофізичних і фізико-механічних властивостей поверхонь деталей машин (набули поширення установки для рентгеноструктурного аналізу, наприклад, дифрактометри, установки для кінетичного безперервного вимірювання твердості і мікротвердості; прилади електронної мікроскопії).

Ці засоби випробувань дозволяють експериментально виявити фрикційно-зношувальні характеристики деталей машин при їх контактній взаємодії, а також оцінити зміни в матеріалах трибоспряження під впливом силового і теплового навантаження.

Останнім часом завдяки використанню теорії моделювання для прогнозування фрикційно-зношувальних характеристик деталей машин на стадії проектування була вирішена велика кількість практичних задач, наприклад, прогнозування на основі фрикційної теплостійкості умов виникнення вібрацій у багатодисковому авіаційному гальмі, обладнаному парою тертя з вуглецевих фрикційних композиційних матеріалів.

Розв'язання проблеми управління працездатністю трибосистем з граничним тертям, що є одним із найбільш актуальних напрямків сучасної трибології, неможливе без створення фізичної моделі процесу. Фундаментом найбільш визнаної адгезійно-деформаційної теорії граничного змащування (АД) та еластогідродинамічного (ЕГД) підходу до опису процесів тертя і зношування слугують відповідні суперечні одна одній фізичні моделі. Оскільки граничне тертя здійснюється в рідкому змащувальному середовищі, природно припустити вплив властивостей цього середовища і динамічних процесів, що відбуваються в ньому, на триботехнічні характеристики вузла спряження, і, відповідно, на його працездатність. Однак до описаних досліджень цьому питанню не приділялось достатньої уваги, тому для усунення протиріч між АД і ЕГД моделями доцільно та науково обґрунтовано проводити роботи для створення компромісної адгезійно-гідродинамічної (АГД) моделі тертя та зношування, котра не мала б протиріч АД і ЕГД підходів до опису процесів граничного тертя і зношування з урахуванням впливу взаємозумовлених гідродинамічних і адгезійно-деформаційних процесів на працездатність трибосистем.

Питанню створення адекватної і фундаментальної фізичної моделі тертя завжди приділялася особлива увага, оскільки саме фізична модель процесу, її коректність та повнота визначають правильність розробки відповідних математичних моделей. Відома модель Дерягіна – Мюллера – Токарева (ДМТ) розглядає вплив пружних контактних деформацій на адгезію лише для герцівського контакту. Рівновага при цьому підходить

виникає тоді, коли деформація досягає такого рівня, що пружна реакція (сила пружного відновлення сфери, що контактує із жорстким півпростором) зрівноважує спільну дію прикладеної зовнішньої сили та сили молекулярного притягання. В моделі Джонсона – Кендалла – Робертса (ДКР) взаємодія пружної сфери та жорсткого півпростору обмежена лише границями площі контакту. Для її реалізації використовують розрахунковий тиск за Герцом та Бусінеску. Моделі ДМТ та ДКР опинилися по різні боки діапазону відношення пружної деформації до радіусу дії сил адгезії.

Модель Дьомкіна використовується для розрахунків фактичної площі контакту та передбачає введення поняття «еквівалентна шорстка поверхня» (ЕШП), що контактує з ідеально гладкою. ЕШП є комбінацією шорсткостей обох дотичних поверхонь. В результаті отримують основні співвідношення для одиничної ділянки контакту та фактичної площі пружного і пластичного контакту.

У моделі Грінвуда – Вільямсона, як доповнення до попередньої моделі, активно використовуються методи теорії ймовірності (розподіл Гауса, Релея, Райса) для розрахунку контактної взаємодії шорстких поверхонь. Відповідно до цієї моделі, пластична течія окремої нерівності починається тоді, коли максимальний герцівський тиск σ_{max} досягне величини $0,6 \cdot H$ (H – твердість найбільш м'якого з контактуючих матеріалів). При цьому доля фактичної площі дотику ε , що припадає на розглядувану ділянку контакту, має задовольняти нерівності $\varepsilon \geq 0,02$. Доля фактичної площі дотику знаходиться за формулою:

$$\varepsilon = \frac{E}{H} \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{R}}, \quad (4.13).$$

До формули 1.13 разом з модулем пружності E входить радіус одиничної нерівності R . Цей параметр для різноманітних видів механічної

обробки досліджував Рижов Є.В.. Індекс пластичності ψ дозволяє розрахувати критичне номінальне навантаження, за якого виникне перехід від пружного до пластичного контакту. Для реальних поверхонь ε змінюється від 0,1 до 100, при цьому контакт має місце для $\psi < 0,6$, пластичний для $\psi > 1,0$ незалежно від навантаження.

Фрикційний фактичний контакт через неоднорідності мікрогеометрії поверхонь тертя та їх фізико-хімічні властивості, є найскладнішою динамічною системою дискретних фрикційних контактних зон мікро- та нанорівнів. Ці субмікроконтактні зони перебувають у складно напруженому коливальному стані та є джерелами потужних теплових потоків. У таких умовах атоми й молекули поверхонь тертя вступають в активну електромагнітну взаємодію між собою та в хімічну взаємодію з молекулами середовища, утворюючи так звані вторинні поверхневі структури (ВС). Вторинним структурним утворенням на фрикційних поверхнях відводять роль покриття, що екранує основний матеріал деталей від утворення між ними загальних зв'язків різноманітної природи, тобто містків субмікрозчеплення.

Грунтовні дослідження вторинних структур у низько- та високомолекулярних змащувальних середовищах дозволили виділити нові фізико-хімічні механізми зношування, такі як окислювальний і водневий, де головна роль при руйнуванні відводиться кисню та водню відповідно. За аналогією, ймовірно, зношування може бути спричинене й іншими атомами та молекулами поверхонь і середовища, розвиваючись за відповідним механізмом, наприклад, сірчане, фосфорне або вуглецеве. Можна припустити, що під час тертя виникає стільки хімічних реакцій, скільки хімічних елементів перебуває в середовищі й на поверхнях. Тобто, фрикційний контакт у сукупності із середовищем, в якому відбувається тертя, є гігантським масивом мікро- та нанорозмірних хімічних реакторів, котрі запускаються тертям, що потребує ґрунтового дослідження для

розвитку перспектив використання цих знань у різних галузях машинобудування та національної економіки.

Процеси зношування постійно вносять нові й нові умови контактної взаємодії шляхом перерозподілу питомого навантаження, утворенням вторинних структур, зміною хімії та реології змащувального матеріалу. Така система зі швидкоплинними процесами в кожний момент часу змінюється, утворюючи найрізноманітніші вторинні структури на поверхнях тертя, продукти зношування в середовищі, яке в свою чергу також змінює свою реологію та хімію. Тобто, зношування, породжене адгезійними силами тертя, в свою чергу змінює умови фрикційної взаємодії у контакті, що призводить до постійного перерозподілу фактичних локальних контактних ділянок та питомих тисків у них, а також виникнення потужних теплових потоків і процесів тепломасопереносу. Трибохімічна реструктуризація поверхонь тертя зі зміненими структурами й фізичними властивостями та інші численні процеси, породжені зношуванням, у сукупності зумовлюють силові процеси опору руху й визначають силу тертя, а точніше, її найбільшу складову – адгезійну.

Умовно елементарний первинний акт зношування $dV_{адз}(1)$ є наслідком первинної силової адгезійної взаємодії в трибоконтакті $F_{адз}(1)$, що зумовлює зміну силових полів до величини $F_{адз}(2)$, які в свою чергу породжують вторинний акт зношування пошкоджених поверхонь $dV_{адз}(2)$, визначаючи величину вторинних адгезійних сил тертя, далі третинний і т.д. Умовно зношування відбувається за такою причинно-наслідковою схемою:

$$F_{адз}(1) \rightarrow dV_{адз}(1) \rightarrow F_{адз}(2) \rightarrow dV_{адз}(2) \rightarrow F_{адз}(3) \rightarrow dV_{адз}(3) \rightarrow \dots \\ \rightarrow F_{адз}(n) \rightarrow dV_{адз}(n), \quad (4.14)$$

де первинні сили адгезії $F_{адз}(1)$ призводять до первинного зношування $dV_{адз}(1)$, яке спричиняє іншу силову взаємодію вже інших

поверхонь тертя $F_{адз}(2)$, викликаючи наступний інший акт зношування $dV_{адз}(2)$, який спонукає до третього... і т.д. При цьому формозміна однієї поверхні тертя може відбуватись шляхом налипання на ній вирваного матеріалу іншої і трибосистема може перейти в якісно інший режим роботи, наприклад, у мікрорізання.

Якщо послідовність процесів адгезійного тертя розглядати саме так, то у випадку відсутності первинних сил адгезії $F_{адз}(1)$ тертя буде відбуватись без зношування. Тому розуміння механізму виникнення сил, які породжують первинне матеріальне зношування робочих поверхонь, та коректна фізична модель тертя – ключові завдання трибології граничного змащування.

Тертя в умовах граничного змащування принципово відрізняється від інших режимів (газо- та гідродинамічного, еластогазо- і еластогідродинамічного) тим, що тільки в цьому режимі виникає адгезійна складова сили тертя, яка призводить до зношування матеріалу поверхонь тертя з утворенням продуктів зношування. Термін «адгезія» (у перекладі з латинської *adhaesio* – прилипання) досить широко використовується в різних галузях знань (медицина, біологія, хімія, фізика та ін.) і відповідно несе різне смислове навантаження. Тому під час тертя поняття «адгезія поверхонь тертя» слід визначати, як трибоадгезія, а режим «тертя в умовах граничного змащування» – як «адгезійне тертя», яке завжди супроводжується «адгезійним зношуванням».

Адгезійне зношування під час тертя відбувається також у разі виникнення процесу мікрорізання, наприклад, тертя дуже шорстких поверхонь (сталь ШХ15, 59...62 HRC, Ra=0,5 мкм) за відповідних навантажень (100 МПа) і швидкості (0,3 м/с) у відповідному середовищі (гас РТ, ТС). У цьому випадку різання й адгезійне тертя відбуваються одночасно і внесок кожного з них у вимірювану силу тертя невідомий. Тому, експериментально вивчаючи трибоадгезію, слід створювати такі умови, коли повністю виключається навіть можливість виникнення

режиму мікрорізання з одного боку, та еластогідродинамічного тертя – з іншого.

Таким чином, вирішення проблеми зношування у трибології граничного змащування, по суті, зводиться до зменшення адгезійної складової сили тертя шляхом розробки нових відповідних способів, методів і технологій на основі теоретичних уявлень про трибоадгезійну природу тертя, особливо на початку її виникнення.

Молекулярна теорія граничного тертя Гарді В. ґрунтується на положенні, що полярні молекули мастила, типовими представниками яких є жирні кислоти, в результаті Ван-дер-Ваальсової адсорбції фіксуються та орієнтуються на твердій поверхні перпендикулярно до неї, утворюючи правильний молекулярний паркан, що частково екранує її поле від прямого впливу навантаження (рис. 4.12). Цей ефект та велика механічна міцність змащувального шару кристалічної структури разом з утворенням єдиної метильної площі легкого ковзання приводить до зменшення тертя.

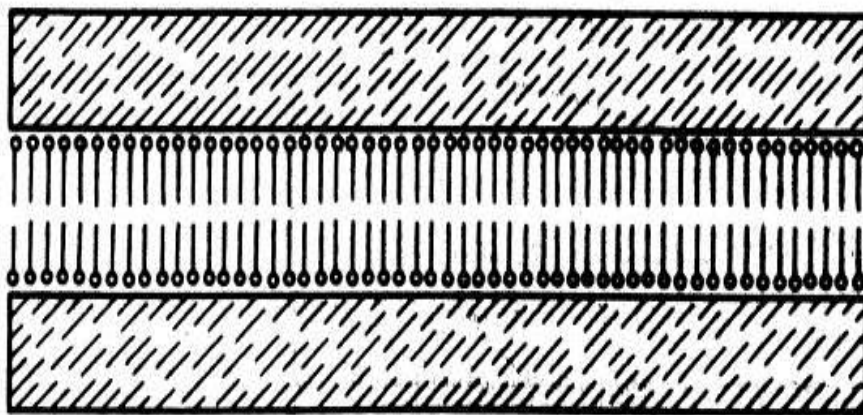


Рис. 4.12 Концепція фізичної адсорбції жирних кислот Гарді В.

Теорія Гарді В. знайшла всебічне підтвердження й розвиток у роботах Ахматова О.С., де експериментально доведено, що «розрив граничного шару (йдеться про змащувальний) завжди відбувається

всередині цього шару і ніколи достовірно не спостерігається по поверхні «тверда фаза – граничний шар». Ахматов О.С. на основі теорії Гарді В. запропонував «нематичний механізм» тертя (рис. 4.13), який повністю виключає фрикційне контактування вершин і западин реальних поверхонь. У цій теорії поверхня тертя розглядається як підкладка для орієнтування активних груп молекул змащувального середовища, а мікрогеометрії поверхонь відведена другорядна роль.

Молекулярна фізика експериментально довела велику міцність змащувальних шарів під час їх стиску. Так, модуль пружності одностороннього стиску метиленових ланцюгів перебуває у межах від 3,4 МПа до 105..109 МПа. Практично при тиску, рівному 2500 МПа на поліровані поверхні з висотою вершин по профілю 20...40 нм, утворюваний змащувальний шар товщиною 200...40 нм (100-20 молекулярних рядків) зруйнувати неможливо.

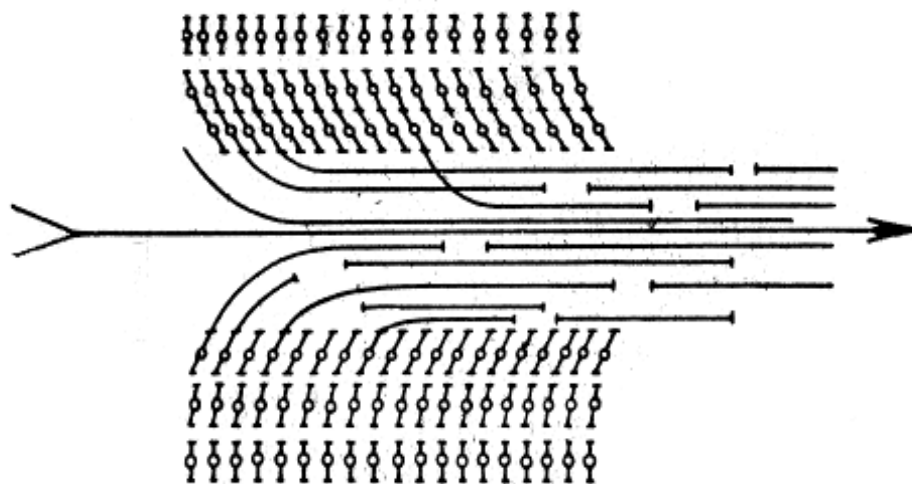


Рис. 4.13 Схема «нематичного механізму» ковзання змащувальних шарів в умовах рубіжного режиму граничного мащення – під час переходу від власне граничного тертя до гідродинамічного

Слід зазначити, що при експериментальному доведенні формування контакту по вершинах виступів досить шорсткі поверхні ($R_{max} = 3,1$ мкм), але навіть тут у разі збільшення навантаження у 5 разів чітко видно утворення порожнин западин між замкнутими по контуру вершинами.

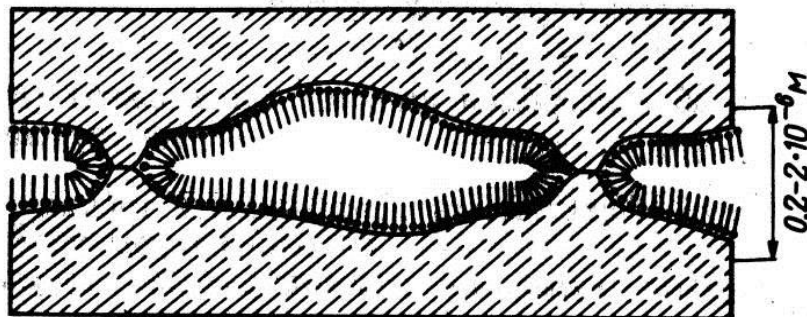


Рис. 4.14 До пояснення концепції Боудена Ф.

Хімічна теорія тертя Боудена Ф. полягає в циклічному утворенні та руйнуванні на поверхнях тертя захисних протизносних плівок у результаті перебігу хімічних реакцій змащувального середовища з атомами контактуючих виступів шорстких спряжених поверхонь у випадку трибоадгезійного тертя. Відповідно до цієї теорії, жирні кислоти – компоненти змащувальних матеріалів – хімічно реагують з атомами металічних поверхонь тертя та утворюють так звані мила, яким притаманні високі антифрикційні властивості. В основу такої трибохімічної концепції покладено наступне положення: у мікрозападинах шорстких реальних поверхонь тертя утворюються «міні-резервуари» з маслом. Їх глибина перебуває у межах 0,2 – 2,0 мкм. Під час стирання захисних протизносних плівок, які зменшують тертя та знос, ці «міні-резервуари» забезпечують протизносну дію (рис. 4.14). Тобто, в теорії Боудена Ф. мікрогеометричним западинам поверхонь тертя відводиться роль ємностей, що утримують змащувальний матеріал і подають його до фрикційних виступів мікроконтактів при їх зношуванні. Отже, Боуден Ф. стверджує, що

западини розміщуються в замкнутому вершинами просторі, але це не узгоджується з основним положенням молекулярно-деформаційної теорії про дискретність контакту та моделі контакту у вигляді «трьох площ контакту» (рис. 4.15), де утворення «міні-резервуарів» не передбачається.

Теорія внутрішнього тертя Бріджмена – Єпіфанова Г.І. базується на експериментальних фактах відсутності впливу адгезійних сил на домінуючу величину сили тертя. У цій теорії акцент зроблено на тому, що сила тертя визначається опором матеріалу на зсув і не залежить від сил трибоадгезії. Тобто, йдеться про необхідність трактовки сили тертя як сили опору матеріалу на зсув у поверхневих шарах поверхонь, що контактують, які розглядаються з позицій теорії пружності, пластичності та опору матеріалів і ніяк не з позицій трибоадгезійної взаємодії.

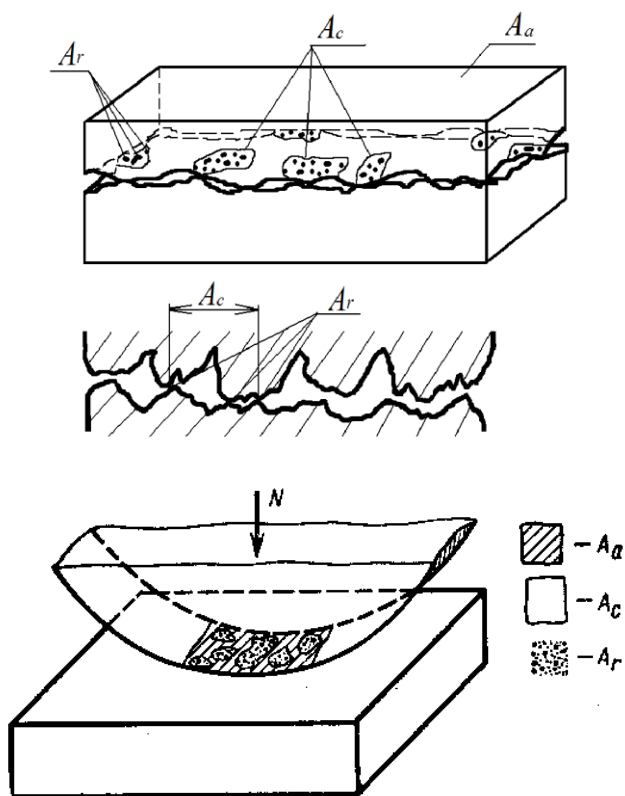


Рис. 4.15 Схематичні зображення дискретності контакту «три площі» під впливом прикладеного навантаження N :

де A_a – номінальна площа контакту;

A_c – контурна площа;

ΔA_r – фактична площа одиничного контакту

Таким чином, адгезійна складова сили тертя в умовах граничного мащення відомими дослідниками трактується по-різному і часто – суперечливо. Аналогічна ситуація і з механізмом зношування. Встановлені експериментальні ефекти, що не пояснюються теоретичними уявленнями про трибоадгезію, ймовірно, пов'язані з такими процесами, які об'єктивно відбуваються у фрикційному контакті і раніше не враховувалися.

Відомо, що в тонких прошарках ряду немезогенних індивідуальних аліфатиків й ароматиків може проявитись структурна неоднорідність, пов'язана з утворенням на підкладках приповерхневих епітропно-рідкокристалічних (ЕРК) шарів, які обмежують прошарок, завдяки чому такі прошарки є частково анізотропними. Для них характерні властивості двопробеневого переломлення (ДПП), дихроїзм інтенсивних смуг поглинання, неньютонівська течія з в'язкістю η_{ef} , відмінною від в'язкості «об'ємної» рідини η_o (визначеної в капілярних віскозиметрах «великого» діаметра близько 1 мм). Аналогічні особливості властиві й мікронним прошаркам змащувальних рідин – моторним маслам на мінеральній і синтетичній основах. Наявність ЕРК-шарів у прошарку масла тріади тертя тісно пов'язана з протизносними характеристиками трибоспряження. Інтенсивність зношування поверхонь тертя, як відомо, найбільш суттєво залежить саме від режимів мащення. Залежно від режимів товщина структурованого шару перебуває в межах 0,1–1 мкм. Властивості таких режимів переважно й визначають так звану «маслянистість» змащувального середовища. У процесі вимірювання ДПП було встановлено, що товщина орієнтованих шарів на металевих підкладках у прошарках вуглеводневих масел (як і у ароматиків) може досягати істотної величини (приблизно 5 мкм). Під час реологічних досліджень таких структурно-неоднорідних масляних прошарків встановлено їх підвищену в'язкість у напорній і зрушеній течіях, що зумовлено гомеотропною орієнтацією молекул приповерхневих структурованих шарів (рис. 4.16).

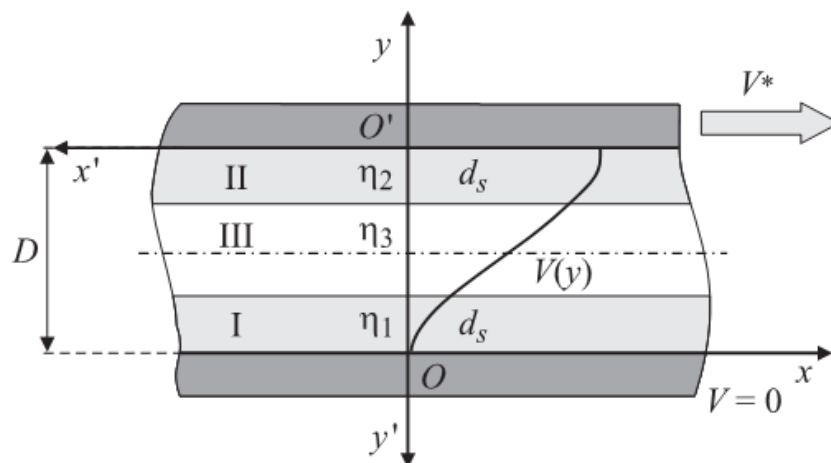


Рис. 4.16 Модель тертя епітропних рідкокристалічних структурованих шарів товщиною d_s та в'язкістю $\eta_{1,2}$ з профілем швидкості плоско-паралельного току, однорідного із шарами рідкого η_3 прошарку

Аналогічні результати було отримано й для зрушеної течії тонких прошарків нормальних алканів – представників граничних вуглеводнів, що у великій кількості містяться у змащувальних рідинах. Для аналізу результатів вимірювань реології прошарків, що утримують структуровані шари, і одержання інформації про останніх потрібна достовірна фізична структурно-реологічна модель. Раніше для цього використовувалася модель течії прошарку з ЕРК-шарами, в'язкість яких є сталою по шару і не залежить від інтенсивності течії. У рамках цієї моделі проведено оцінку початкової товщини (за відсутності течії) та структурованих шарів аліфатичних змащувальних рідин і «зрізання» таких шарів течією. Характер «стоншення» шару та зниження його «гідродинамічної міцності», що визначає швидкість «зрізання» ЕРК рухомою течією, свідчили про руйнування його структури та перехід в ізотропний стан. Однак визначена з вимірювань ДПП прошарків моторних масел розмитість міжфазної межі ЕРК – ізотропна рідина, що вказує на недосконалість уявлень про такий шар як структурно однорідний. Неоднорідністю шару

пояснюється й залежність його «гідродинамічної міцності» від товщини прошарку.

Таким чином, модель однорідного приповерхневого ЕРК шару не зовсім адекватно відповідає результатам не тільки оптичних, але й реологічних досліджень. Це пов'язано зі зменшенням орієнтовної упорядкованості в шарі в міру віддалення його від підкладки та з переорієнтацією течії детектора мезофази, внаслідок чого змінюється в'язкість шару.

Відомі теорії і гіпотези тертя в умовах граничного змащування не розглядають гідродинамічні контактні течії, припускаючи, що внесок контактних деформацій змащувальних шарів мастила та їх течій у сумарну величину сили тертя незрівнянно менший від її адгезійної складової. Так, відповідно до загальновідомої діаграми Герсі – Штрибека, при значенні λ^* , що відповідає мінімуму коефіцієнта тертя, відбувається перехід від граничного тертя до рідинного. На цьому графіку зображена крива інтенсивності зношування. При $\lambda > \lambda^*$ контакт деталей розмикається і зношування зникає. Діаграма Герсі – Штрибека ілюструє надзвичайно важливий висновок: якщо трибосистема зношується, то вона працює в режимі граничного мащення. Тобто практично всі реальні трибосистеми реалізують режим граничного змащення, що підтверджує практика експлуатації.

Одне з положень молекулярно-механічної теорії тертя полягає в тому, що під час контактування деталей, внаслідок хвилястості їх поверхонь, фактичні плями контакту будуть виникати переважно на вершинах хвиль. Кожна така зона, що має свій контур, в межах якого існують фактичні плями контакту, є елементарною контурною площею (рис. 4.15). На цих плямах утворюються адгезійні містки зварювання між твердими тілами, які є результатом молекулярної взаємодії між поверхнями. Оскільки енергія пружно-деформованої системи двох твердих тіл прагне до мінімуму, то утворення таких адгезійних сполук на тісно

зближених ділянках неминуче. При русі хоча б однієї поверхні відносно іншої необхідно розривати утворені адгезійні містки зварювання, що приводить до тангенціального опору руху. В цій теорії головна роль при адгезії відведена контакту вершин мікронерівностей, а можливий вплив западин не розглядається.

Відповідно до відомих теорій граничного змащування, контакт, що утворюється під дією зовнішнього навантаження, характеризується такими постулатами і твердженнями:

- під час тертя в умовах граничного змащування поверхні зношуються за відповідними механізмами;

- змащувальна плівка в трибоконткті становить міцну «склоподібну», «аморфну» субстанцію та розглядається як деяке «третє тіло»;

- тиск, що виникає у змащувальних шарах під час тертя, ототожнюється з контактними розрахунковими напруженнями поверхонь, за Герцем Г., у межах контурної площини контакту;

- тиск у змащувальних шарах завжди більший, ніж тиск навколишнього середовища, в тому числі атмосферний, в якому реалізується тертя в умовах граничного мащення.

Вищенаведені положення про фізичні контактні процеси у трибосистемах, що реалізують тертя в умовах граничного змащування, експериментальними прямими методами вимірювання тиску у змащувальних шарах в динаміці та оптичними методами визначення агрегатного стану змащувальної плівки при терті обґрунтовані недостатньо.

Таким чином, у трибології граничного мащення, як і за еласто- та гідродинамічного режимів тертя, контактні процеси у змащувальних шарах (виникнення гідродинамічних течій і розподіл у них тиску прямими вимірами) недостатньо підкріплені експериментально, а сучасні гіпотези, теорії та положення про природу тертя переважно мають описовий

характер і дають загальні уявлення про фізичні процеси, що відбуваються у трибоконтках, котрі відрізняються від середовища експлуатації умовами навантаження, видом та змащувальним матеріалом.

Література

1. Джост П. Будущее трибологии / П Джост // Трение и износ. 1991. №3. – с. 10-15.
2. Аксенов А. Ф. Влияние внешних факторов на закономерности износа материалов на основе меди, работающих в углеводородных средах / А. Ф. Аксенов, А. Я. Шепель, С. В. Кадомский // Трение и износ. – 1984. – Т. 5. № 1. – С. 10–15.
3. Аксенов А. Ф. О некоторых особенностях при трении металлов в углеводородных жидкостях / А. Ф. Аксенов, В. П. Белянский. – Киев : Транспорт, 1979. – 22 с.
4. Аксенов А. Ф. О некоторых путях повышения износостойкости металлов при трении в углеводородных жидкостях / А. Ф. Аксенов, В. П. Белянский, А. Я. Шепель // Трение и износ. – 1980. – Т. 1, № 1. – С. 70–78.
5. Ахматов А. С. Молекулярная физика граничного трения / А. С. Ахматов : Физматгиз, 1963. – 472 с.
6. Ребиндер П. А. Поверхностные явления в дисперсных системах. Физико-химическая механика. Избранные труды / П. А. Ребиндер : Наука, 1979. – 384 с.
7. Алтоиз Б. А. Исследование эффективной вязкости тонких прослоек алифатических жидкостей в поле флуктуационных сил, порождаемых твердыми полочками / Б. А. Алтоиз, С. В. Кириян, Е. А. Шатагина // Журнал теорет. физики. – 2010. – Т. 80, № 10. – С. 37–40.
8. Алтоиз Б. А. Моделирование структурированного приповерхностного слоя в динамике вязкой жидкости / Б. А. Алтоиз, С. К. Асланов // Доповіди НАН України. – 2003. – Т. 9. – С. 76–79.
9. Алтоиз Б. А. Структурированные приповерхностные слои нормальных алканов / Б. А. Алтоиз, С. В. Кириян // Инженерно-физ. журн. – 2010. – Т. 83, № 3. – С. 608–613.

10. Дерягин Б. В. Ориентационно упорядоченные слои предельных углеводородов и их производных на поверхности кварца / Б. В. Дерягин, Б. А. Алтоиз, В. М. Поповский // Доклады АН – 1991. – Т. 317, № 1. – С. 130–134.
11. Дерягин Б. В. «Явление образования гомогенной граничной жидкокристаллической фазы немезогенной жидкости». Диплом № 388 / Б. В. Дерягин, Ю. М. Поповский, Б. А. Алтоиз // Открытия и изобретения. – 1991. – № 12. – С. 1–2.
12. Дерягин Б. В., Силенко Г. П., Поповский Ю. М. // Доклады АН – 1978. – Т. 239, № 41. – С. 828–830.
13. Аксенов А.Ф. Трение и изнашивание металлов в углеводородных жидкостях. – М.: Машиностроение, 1977. – 152 с.
14. Костецкий Б. И. Износостойкость деталей машин / Б. И. Костецкий. – М.; К : Машгиз, 1950. – 168 с.
15. Боуден Ф. П. Трение и смазка твердых тел / Ф. П. Боуден, Д. Тейбор. – М. : Машиностроение, 1968. – 543 с.
16. Крагельский И. В. Основы расчетов на тертя и износ / И. В. Крагельский, М. Н. Добычин, В. С. Комбалов: Машиностроение, 1977. – 526 с.
17. Буше Н.А., Копытько В.В. Совместимость трущихся пар: Наука, 1981. – 128 с.
18. Голего Н.Л., Алябьев А.Я., Шевеля В.В. Фреттинг-коррозия металлов – К.: Техніка, 1974. – 272 с.
19. Запорожец В.В. Диагностика узлов трения авиационной техники / В.В.Запорожец, В.А.Бердинских. – К.: КИИГА, 1987. – 164 с.
20. Запорожец В.В. Ремонт летательных аппаратов. Ученик для вузов гражданской авиации/А.Я.Алябьев, Ю.М. Болдырев, В.В. Запорожец и др.; под ред. Н.Л. Голего. – 2-е узд. Перераб. и доп.: Транспорт, 1984. – 422с.

21. Запорожец В. В. Взаимосвязь силы трения и свойств вторичных структур / В. В. Запорожец // Трение и износ. – Минск : Наука и техника, 1983. – Т. IV, № 1. – С. 59-67.
22. Запорожец В. В. Влияние параметров нагрузки на толщину смазочного слоя в контактной зоне трибосоединений / В. В. Запорожец, А. М. Кац // Теория упругости. – 2-е изд. : Лань, 2002. – С. 181–192.
23. Шевеля В. В. Трибохимия и реология износостойкости : монография / В. В. Шевеля, В. П. Олександренко. – Хмельницкий : ХНУ, 2006. – 278 с.
24. Дмитриченко Н.Ф. Эластогидродинамика. – Львов: Изд-во Национального университета «Львовская политехника», 2000. – 224 с.
25. Дмитриченко М.Ф., Міланенко О.А. Мазильна дія оливи в умовах еластогідродинамічного мащення. – К.: Інформавтодор, 2009. – 184 с.
26. Дмитриченко Н.Ф. Мнацаканов Р.Г., Белоус В.С., Грабчак В.Г. Установка для измерения толщины смазочного слоя в подшипниках. Патент РФ №RU 2972. Оpubл. 15.05.1992.
27. Вплив швидкості кочення на реологічні характеристики мастильних матеріалів в умовах обмеженого мащення / М.Ф. Дмитриченко, Р.Г. Мнацаканов, А.М. Савчук // Проблеми трибології (Problems of Tribology). – 2009. – №2. – С.13–15.
28. Аксенов А.Ф. Особенности выбора материалов узлов трения, работающих в низкомолекулярных углеводородных средах / А.Ф. Аксенов, А.Я. Шепель // Вестник машиностроения. – 1982. – №4. – С. 4-37.
29. Костюник Р. Е. Автоматизированная измерительно-испытательная система исследования компрессионно-вакуумных процессов трения скольжения / Р. Е. Костюник // Наукові нотатки : міжвуз. зб. – Луцьк, 2011. – № 31. – С. 166–169.

30. Справочник по триботехнике / под общ. ред. М. Хебды, А. В. Чичинадзе : 3 т. Т. 1. Теоретические основы. – Москва : Машиностроение, 1989. – 400 с. : ил.
31. Гидродинамическая теория смазки / под. ред. и с доп. статьями проф. Лейбензона Л. В.: Гос. техн.-теорет. изд-во, 1934. – 550 с.
32. Грубин А. В. Основы гидродинамической теории смазки тяжело нагруженных криволинейных поверхностей / А. В. Грубин // Труды ЦНИИТМАШ: Машгиз, 1949. – Кн. 30. – С. 126–184.
33. Петрусевич А. И. Основные выводы из контактно-гидродинамической теории смазки / А. И. Петрусевич // Известия АН, ОТН. – 1951. – № 2. – С. 209–216.
34. Elrod H. G. A Cavitation Algorithm / Elrod H. G. // ASME Journal of Lubrication Technology. – 1981. – Vol. 103. – P. 350–354.
35. К вопросу о лабораторных испытаниях материалов узлов трения / Р. М. Матвеевский, И. А. Буяновский, П. П. Заскалько [и др.] // Трение и износ. – 1990. – Т. 11, № 4. – С. 668–674 ; 1991. – Т. 12, № 5. – С. 892–894.
36. Кириян С. В. Реология моторных масел с квазижидкокристаллическими слоями в триаде трения / С. В. Кириян, Б. А. Алтоиз // Трение и износ. – 2010. – Т. 31, № 3. – С. 312–318.
37. Мнацаканов Р. Г. Триботехнічні характеристики мастильних матеріалів в несталих умовах роботи : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.04 / Мнацаканов Рудольф Георгієвич ; Київ. міжнар. ун-т цивіл. авіації. – Київ : [б. в.], 1998. – 36 с.
38. Шевеля В. В. Диссипативные свойства фрикционного контакта с учетом процессов механической и трибохимической релаксации / В. В. Шевеля, В. П. Олександренко // Трение и износ. – 2005. – № 5. – С. 471–480.
39. Шевеля В. В. Изменение диссипативных свойств контакта на ранних стадиях низкоамплитудного фреттинга / В. В. Шевеля, В. А. Кирилков // Проблеми трибології = Problems of Tribology. – 2006. – № 1. –

С. 141–147.

40. Шевеля В. В. Фреттинг-усталость металлов / В. В. Шевеля, Г. С. Калда. – Хмельницкий : Поділля, 1998. – 299 с.

41. Петров Н. П. Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости / Н. П. Петров // Инженерный журн. – Отдельное издание. – СПб., 1881. – Т. 27, № 1, 2. – С. 227.

42. Петров Н. П. Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости / Н. П. Петров // Инженерный журн. – Отдельное издание. – СПб., 1881. – Т. 27, № 3. – С. 337.

43. Петров Н. П. Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости / Н. П. Петров // Инженерный журн. – Отдельное издание. – СПб., 1881. – Т. 27, № 4. – С. 535.

Технології галузевого машинобудування. Навчальний посібник для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти денної, заочної та дуальної форм навчання. М.П. Ярошевич, В.С. Пуць, С.П. Шимчук, М.М. Толстушко, В.Л. Мартинюк, О.У. Стельмах, Р.Є. Костюнік. – Луцьк: ЛНТУ, 2023. – 136 с.

Посібник призначений для отримання здобувачами вищої освіти та іншими читачами додаткової можливості самовдосконалюватись та саморозвиватись, а також ознайомлення ними з сучасними розробками у визначених сферах галузевого машинобудування: динаміка та міцність машин; трибологія; розрахунок та проектування машин і обладнання.

Посібник призначений для здобувачів вищої освіти, що навчаються за освітньою програмою галузеве машинобудування другого (магістерського) рівня вищої освіти денної, заочної та дуальної форм навчання, наукових і науково-педагогічних працівників.

Комп'ютерний набір та верстка:

С.П. Шимчук

Підп. до друку «__»_____2023р. Формат А4. Папір офс.
Гарн. Таймс. Ум. друк. арк. 15,0. Обл.-вид. арк. 14,9
Тираж ____ прим.

Інформаційно-видавничий відділ
Луцького національного технічного університету
43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – ІВВ ЛНТУ