

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ



Бурчак І.Н., Лелик Я.Р.

**НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ
ЛІНІЙНА ПЕРСПЕКТИВА**

Навчальний посібник

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітньо-професійних програм, що навчаються за
спеціальністю –192 «Будівництво та цивільна інженерія»
денної та заочної форми навчання.

Луцьк 2021

Рецензенти:

Лесик О.В. – доктор архітектури, професор кафедри архітектури та дизайну, Луцький національний технічний університет.

Ройко О.Ю. – кандидат технічних наук, викладач-методист, голова циклової випускової комісії комп'ютерної та програмної інженерії Відокремленого структурного підрозділу «Волинський фаховий коледж Національного університету харчових технологій».

Пугачов Є.В. – Доктор технічних наук, професор кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки Національного університету водного господарства та природокористування

*Рекомендовано до друку Методичною радою Луцького національного технічного університету
(протокол № _____ від _____ 2021р.)*

Бурчак І.Н., Лелик Я.Р. Нарисна геометрія. Лінійна перспектива : навчальний посібник для студентів, що навчаються за спеціальністю –192 «Будівництво та цивільна інженерія» денної та заочної форми навчання. – Луцьк: Луцький НТУ, 2021. – 48 с.

УДК 742(075.8)

Л-33

В посібнику подано теоретичний матеріал та зразки виконаних робіт з лінійної перспективи для самостійної роботи студентів з дисципліни «Нарисна геометрія та комп'ютерна графіка» при підготовці бакалаврів: галузь знань – 19 «Архітектура та будівництво» спеціальність – 192 «Будівництво та цивільна інженерія» освітня програма – «Будівництво та цивільна інженерія»

Умовні позначення

K - картинна площина

H - предметна площина

hh - лінія горизонту

OO₁ - лінія основи картини

C - точка зору

Ck - суміщена з картиною точка зору.

P - головна точка картини

CP - головний промінь зору, або головний перпендикуляр

c - точка стояння

Cc - висота точки зору

F₁, F₂ - точки збігу

M₁, M₂ - масштабні точки вимірювання

F_H(нсбо) - точки збігу прямих з напрямом вгору

F_З(земля) - точки збігу прямих з напрямом вниз

α - кут зору

φ - кут зору на горизонтальній площині

ψ - кут зору на фронтальній або профільній площині

Rk - сліди променевих площин на картині

F₁, F_H - точки збігу вертикальних прямих на похилій площині

Φ_k ≡ Φ_i - фігури **Φ_k** та **Φ_i** збігаються

Φ_k ⊂ Φ_i - фігура **Φ_k** - підмножина фігури **Φ_i**

Φ_k ⊈ Φ_i - фігура **Φ_k** не є підмножиною фігури **Φ_i**

Φ_k ∩ Φ_i - перетин фігур **Φ_k** та **Φ_i**

Φ_k ∪ Φ_i - об'єднання фігур **Φ_k** та **Φ_i**.

ПЕРСПЕКТИВА.

Основний закон перспективи. Перспективний апарат. Перспектива точки та прямої лінії.

Перспектива - наука про зображення предметів на різних поверхнях у тому вигляді, в якому вони видаються оку спостерігача. Основні принципи побудови перспективи, закладені майстрами епохи Відродження, увійшли в сучасну науку про побудову перспективних зображень. Назва “*перспектива*” походить від латинського слова *perspire*, що в перекладі означає “дивитися наскрізь, вірно бачити”.

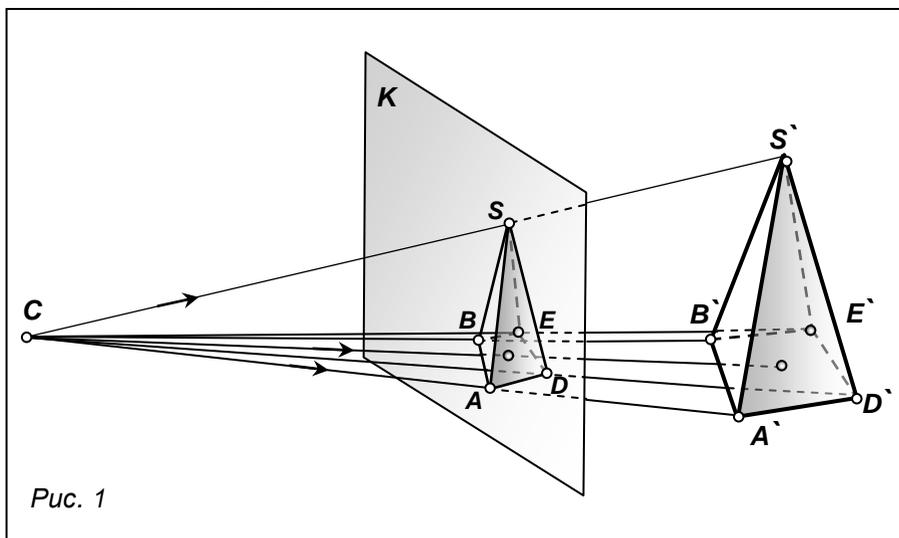
Щоб краще уявити собі процес отримання перспективного зображення на площині, підійдіть до вікна з пензлем та фарбою, закрийте одне око і не змінюючи положення голови, намалюйте на склі контури предметів за вікном. Рисунок на склі є перспективне зображення предметів. Якщо око людини сприймати як центр проєкцій, то світлові промені, відбиті від точок предмета і направлені в око людини, створюють конічну поверхню. Точки перетину світлових променів з площиною скла утворюють зображення (перспективу) предмета. Цей метод зображення носить назву *лінійної перспективи*. Таким чином, задачею лінійної перспективи є побудова на площині контурів предметів так, щоб вони були схожі з натурою. В практиці перспективне зображення будується на непрозорій площині.

Існує два основних види перспективи: *лінійна, повітряна (тональна)*. Повітряна (тональна) перспектива розглядає зміну кольору предметів під впливом атмосфери та різноманітного освітлення.

Основний закон перспективи полягає в тому, що однакові за величиною предмети, розташовані на різній відстані від спостерігача зображуються на картині зменшеними по – різному: більш віддалений предмет на картині зображується меншим.

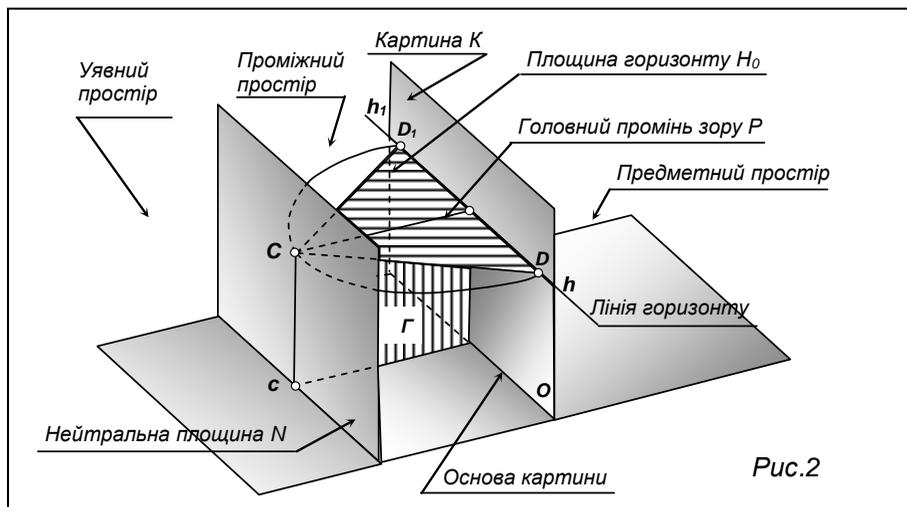
В основі перспективних проєкцій лежить метод центрального (конічного) проєкування, суть якого полягає в наступному. Уявімо собі піраміду $S^{\wedge}A^{\wedge}B^{\wedge}E^{\wedge}D^{\wedge}$ (рис.1) в просторі, вертикальну площину K та точку C . З точки C проведемо проєкуючі промені в точки $S^{\wedge}, A^{\wedge}, B^{\wedge}, E^{\wedge}, D^{\wedge}$, які перетнуть площину K в точках S, A, B, E, D . З'єднавши точки S, A, B, E, D прямими, отримуємо піраміду на площині K . Це зображення називається *перспективою* піраміди. Таким чином, *центральною проєкцією предмета є*

його зображення, отримане на площині за допомогою проєктуючих прямих (променів), проведених з однієї точки.



Якщо проєктуючі промені направити не на площину а на внутрішню поверхню циліндра, то зображення буде мати назву **панорамна перспектива**. При проєктуванні предмета на внутрішню поверхню сфери отримаємо **купульну перспективу**.

При вивченні перспективних проєкцій на площині користуються проєктуючим апаратом, який складається з площин, точок, ліній.



Основні елементи проектуючого апарата

Предметна площина **H** (горизонтальна площина) на ній розташовані предмети, спостерігач та картинна площина.

Картинна площина, або картина, K на якій будують перспективне зображення предмета, розташована перпендикулярно до предметної площини.

Основа картини **O O₁** – лінія перетину картинної площини з предметною.

Точка зору, або центр проектування, C фіксує місцезнаходження спостерігача. Через неї проводяться промені до предмета, розміщеного за картинною площиною, або перед нею.

Висота точки зору **Cc** - відстань від точки зору до предметної площини.

Точка стояння c - основа перпендикуляра, проведеного з **C** на предметну площину.

Головний промінь зору, або головний перпендикуляр CP - проведений з точки зору на картинну площину.

Площина горизонту H₀ - площина проведена через головний промінь **CP** паралельно предметній площині до перетину з картинною площиною.

Лінія горизонту hh₁ - лінія перетину площини горизонту **H₀** з площиною картини **K**.

Дистанційні точки - D, D₁ розміщені на лінії горизонту **hh₁** по обидві сторони від головної точки **P**, на відстані рівній довжині головного променя **CP**.

Нейтральна площина N - площина проведена через точку зору **C** паралельно картинній площині **K**.

Предметний простір - простір, що знаходиться за картинною площиною в бік спостерігача.

Проміжний простір - простір між картинною площиною **K** і нейтральною **N**.

Площина головного променя Г - площина проведена через головний промінь і перпендикулярна до предметної та картинної площин.

Головна лінія картини Pp - лінія перетину головного променя з картинною.

Перспектива точки і прямих ліній.

Перспектива точки.

Нехай в предметному просторі задана точка B' та її ортогональна проєкція b' на предметну площину (рис 3). Необхідно побудувати їх перспективу. Проводимо з точки зору C промені CB' та cb' , через які проводимо площину Q . Вона перпендикулярна до предметної площини та перетинається з картинною по прямій O_2T , перпендикулярної до основи картини $O O_1$. Перспективи точок B' , b' розміщені на прямій O_2T . Таким чином перспективи точок B' та її ортогональної проєкції, b' знаходяться на одному перпендикулярі до основи картини. Якщо точка B' належить предметній площині H , то її ортогональна проєкція b' співпадає з B' . Зображення точок B' і b' на картині також співпадуть. На зображена перспектива B точки B' і перспектива b основи b' на площини картини.

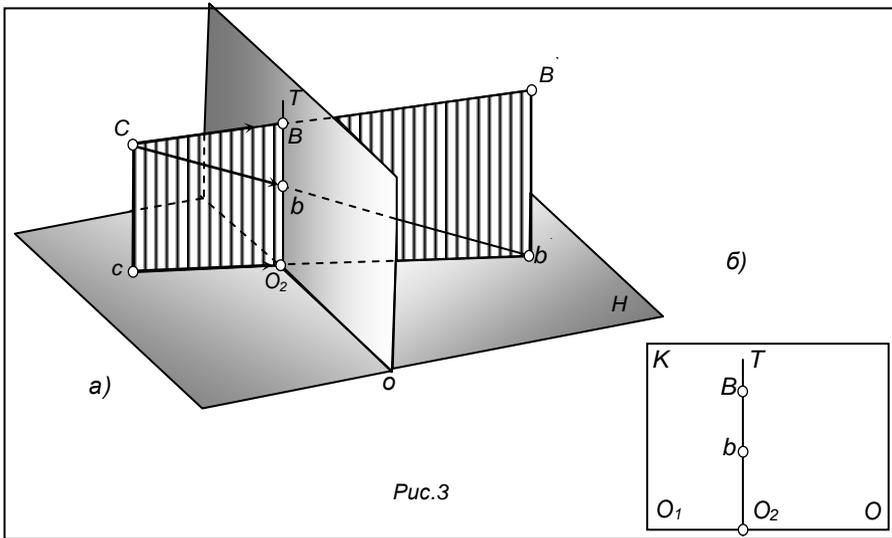
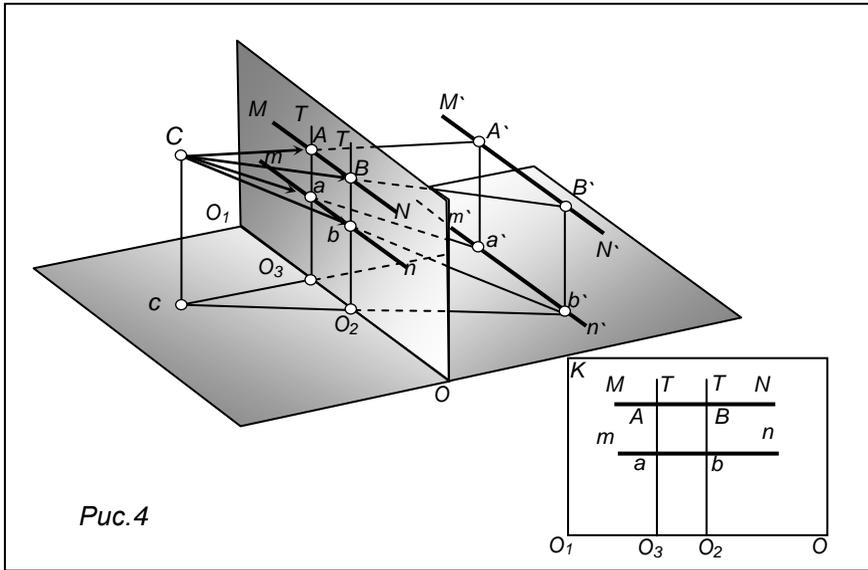


Рис.3

Перспектива прямих ліній.

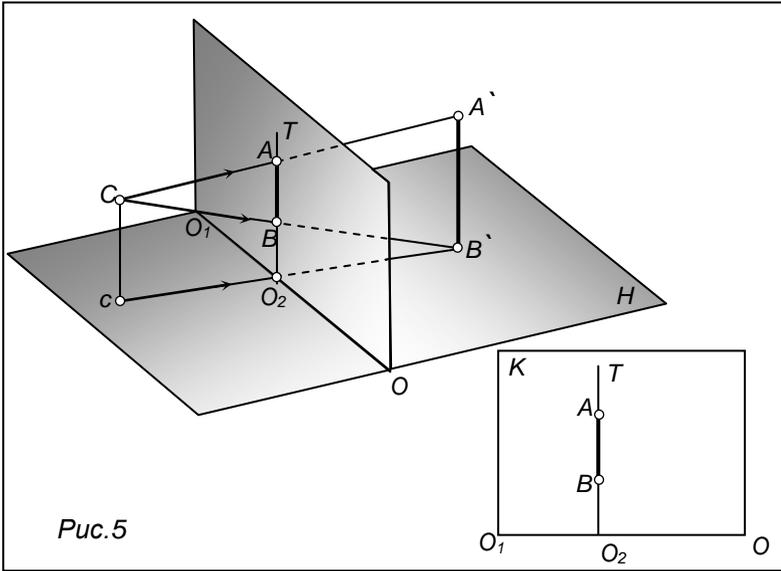
Загальні відомості. Перспективу прямої лінії можна побудувати, якщо представити площину, утворену з променів, що виходять з точки зору C до кожної точки заданої прямої. Ці промені утворюють *променевою площину*. Променева площина перетинається з картинною по прямій. Отже, перспектива прямої на картині є пряма. Для побудови перспективи прямої достатньо побудувати перспективу двох точок цієї прямої. Нехай, в просторі існує пряма $M'N'$, розміщена паралельно картині (рис.4) та її проєкція на предметну площину $m'n'$.



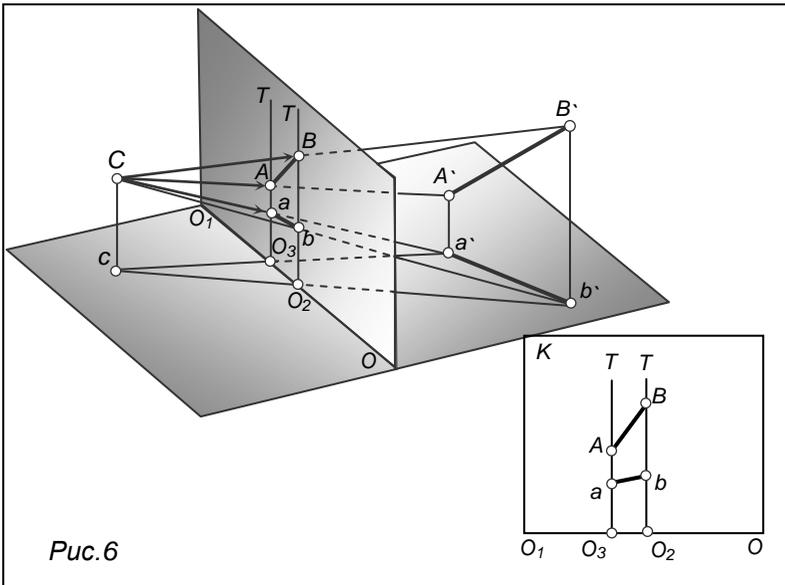
Щоб побудувати перспективу прямої $M'N'$, візьемо на ній дві довільні точки A і B та знайдемо їх горизонтальні проєкції a, b . Перспективу точок A і B знаходимо за допомогою променевої площини $CA'ca'$ та $CB'cb'$, які перетинаються з картинною площиною по прямим O_3T та O_2T перпендикулярними до основи картини OO_1 . Перспективи точок A' і B' на перетині променів CA' і CB' з прямими O_3T та O_2T . З'єднавши точки A, B та a, b , отримуємо перспективу прямої $A'B'$ та її проєкції $a'b'$. На малюнку видно, що перспектива відрізка $A'B'$ на картині у зменшеному виді і розміщена паралельно до основи картини OO_1 . Надалі ортогональні проєкції точок на предметну площину H будемо називати основними.

Якщо у предметному просторі задається відрізок $A'B'$ (рис.5), розміщений перпендикулярно до предметної площини H перспективне зображення відрізка $A'B'$ отримаємо на картині за допомогою променевої площини $CA'B's$, яка в перетині з картиною утворює пряму O_2T . На прямій O_2T знайдемо точки зустрічі променів CA' та CB' з картиною. Перспектива відрізка $A'B'$ отримана зменшеною та перпендикулярною до основи картини OO_1 .

При побудові перспективи відрізка $A'B'$ *загального положення* (рис. 6), перспективне зображення його не буде паралельним жодній площині.



Висновок: 1. Відрізки прямих, розміщених в предметному просторі, завжди будуть на картині менші самих відрізків. 2. Горизонтальні прями, паралельні картинній площині, зображуються на картині горизонтально. 3. Вертикальні лінії залишаються на картині вертикальними.



Якщо в предметній площині взяти будь-яку пряму та продовжити її нескінченно далеко, перспектива нескінченно віддаленої точки заданої прямої буде мати назву *гранична точка прямої (фокус)* та позначається F . (рис.7)

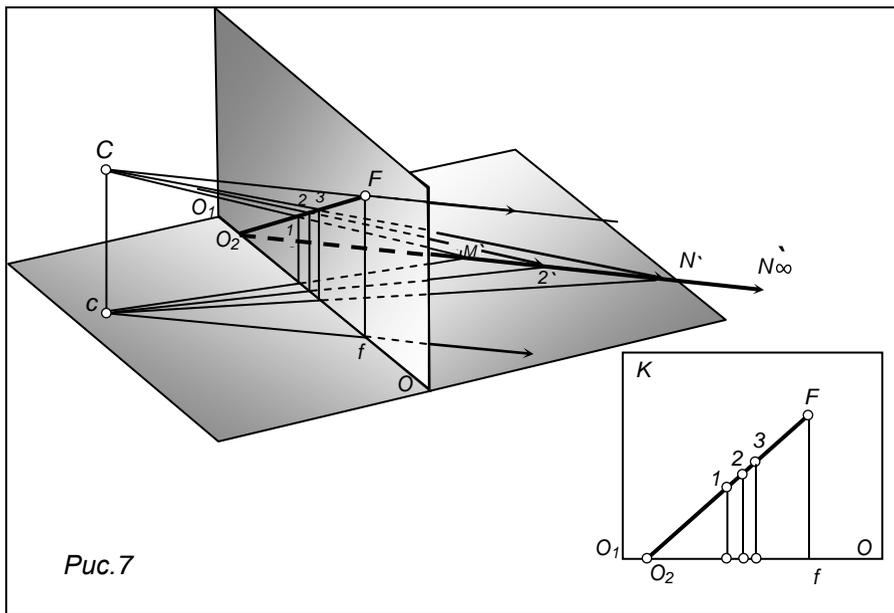


Рис.7

На прямій MN , розміщеній в предметній площині (рис.6), візьмо дві довільні точки $1', 2'$ і побудуємо їх перспективу. З побудови видно, що оскільки точка $1'$ розміщена ближче до спостерігача, ніж точка $2'$, на картині точка 1 нижче точки 2 .

Візьмо на тій же прямій ще одну точку $3'$, віддалену від спостерігача далі ніж точка $2'$, і побудуємо її перспективу. Перспектива точки $3'$ - 3 опинилась на картині вище точок $1, 2$. Якщо продовжувати пряму MN далі та взяти на ній ряд інших точок, то перспективи їх на картині розмістяться ще вище.

Таким чином: чим далі від спостерігача буде знаходитися точка, тим вище вона розміститься на картині.

Продовжимо пряму MN , в нескінченність MN^∞ . Щоб побудувати перспективу нескінченно віддаленої точки на прямій MN^∞ , необхідно з точки зору C провести промені паралельно заданій прямій до перетину з площиною картини в точці F . Ця точка і буде *граничною точкою* заданої прямої. Перспектива нескінченно віддаленої точки прямої MN^∞ ,

Побудова перспективи паралельних прямих

Для пучка паралельних прямих, розташованих в предметній площині існує одна спільна гранична точка (фокус) дійсно, якщо подивитися на залізничні рейки, вони сходяться в одній точці - **точці сходу** так само, як, об'ємні предмети, що оточують нас сприймаються нами з перспективним зменшенням. Розглянемо побудову перспективи паралельних прямих. Візьмемо на предметній площині паралельні прямі AA^∞ і BB^∞ , перпендикулярні до картини, які прямують в нескінченність (рис.9). Продовжимо прямі до перетину з основою картини і виявимо таким чином їх картинні сліди O_2 та O_3 . Точку зустрічі прямої з картиною називають **картинним слідом**.

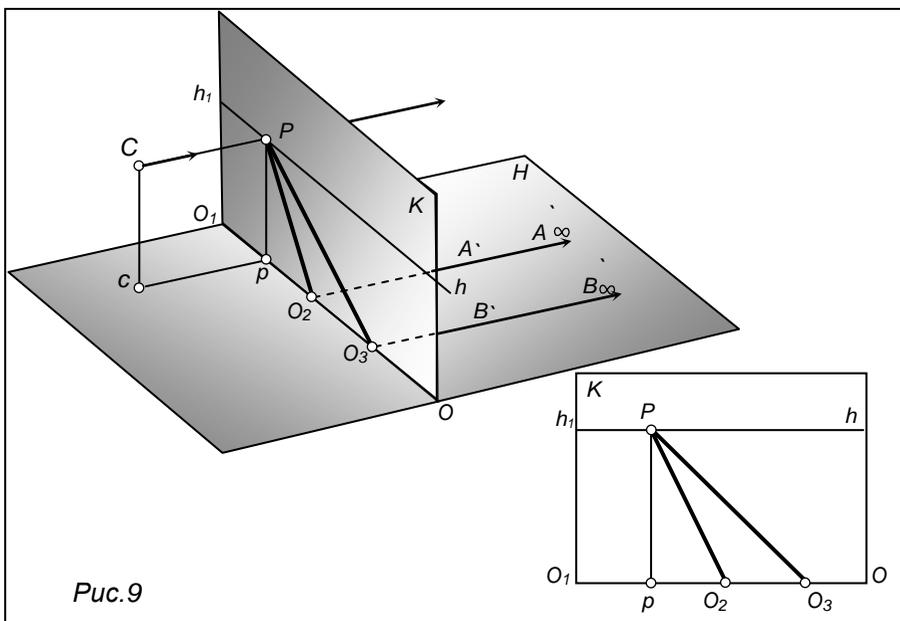


Рис.9

Проведемо CP паралельно прямим, знаходимо точку P . Для двох паралельних прямих існує єдина точка сходу. Побудуємо перспективу кожної прямої. Для цього з'єднаємо картинні сліди O_2 і O_3 з точкою P . Отже перспектива всіх прямих паралельних прямих $A^\infty A^\infty$ та $B^\infty B^\infty$, в просторі, на картині сходяться в одній точці P . Якщо ці прямі перпендикулярні картині, то їх точка сходу співпадає з точкою головного

променя P , якщо направлені під випадковим кутом, матимуть свої точки сходу на лінії горизонту.

Перспектива прямих, розташованих під кутом 45° до картини.

Дистанційні точки. Візьмемо на предметній площині пряму O_2A^∞ (рис.10), розташовану під кутом 45° до картини та побудуємо її перспективу. З C проводимо CD паралельно O_2A^∞ (45°) та головний промінь CP . Трикутник CDP - прямокутний, рівнобедрений. Так як в картинній площині можна провести прямі під кутом 45° в двох напрямках (справа та зліва), то на лінії горизонту буде дві точки сходу D, D_1 . Точки D, D_1 розміщені на однаковій відстані від P , яка дорівнює CP (віддалення точки зору від картини). Їх називають **дистанційними, або точками віддалення**

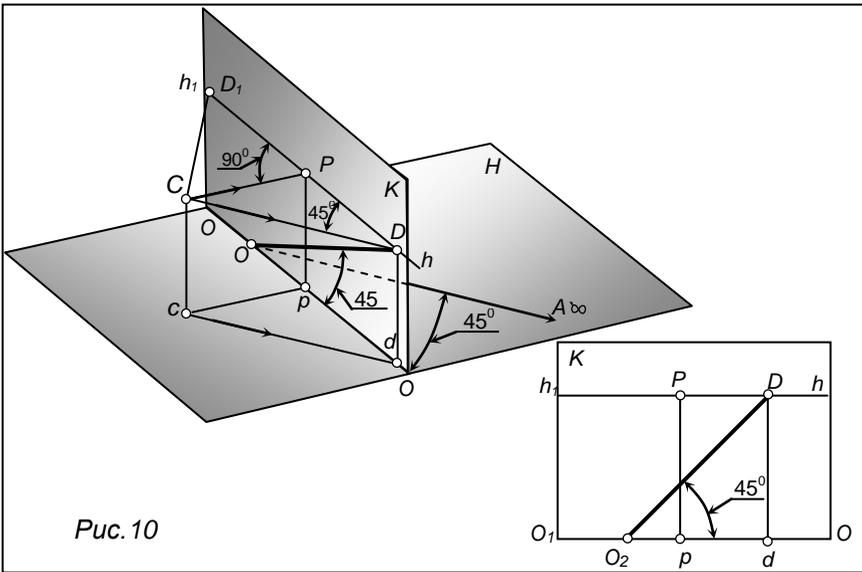


Рис. 10

Перспектива кутів. На предметній площині задано довільний кут $B'A'E'$ (мал.11) і необхідно побудувати його перспективу. Продовжимо $A'B'$ і $E'A'$ до перетину з OO_1 , отримаємо O_2, O_3 . З C проведені проєкуючі промені паралельно сторонам $A'B'$ і $E'A'$ до зустрічі з картиною в точках F, F_1 - граничні точки. Перспектива кута $B'A'E'$ утвориться на перетині прямих O_2F, O_3F_1 .

Практично перспективні проєкції кутів та інших фігур будуються на епюрі.

Епюр уявляє собою креслення, на якому площини проєктуючого апарата суміщені з картиною в одну площину.

Щоб побудувати епюр суміщасмо площини проєктуючого апарата (мал. 12). Для цього предметну площину повернемо навколо OO_1 на 90^0 до суміщення її з площиною картини. Суміщену предметну площину позначимо H'' . Точки і їх основи при чому позначимо тими ж буквами що і на картині зі штрихами: $A''B''$, a'',b'' ...

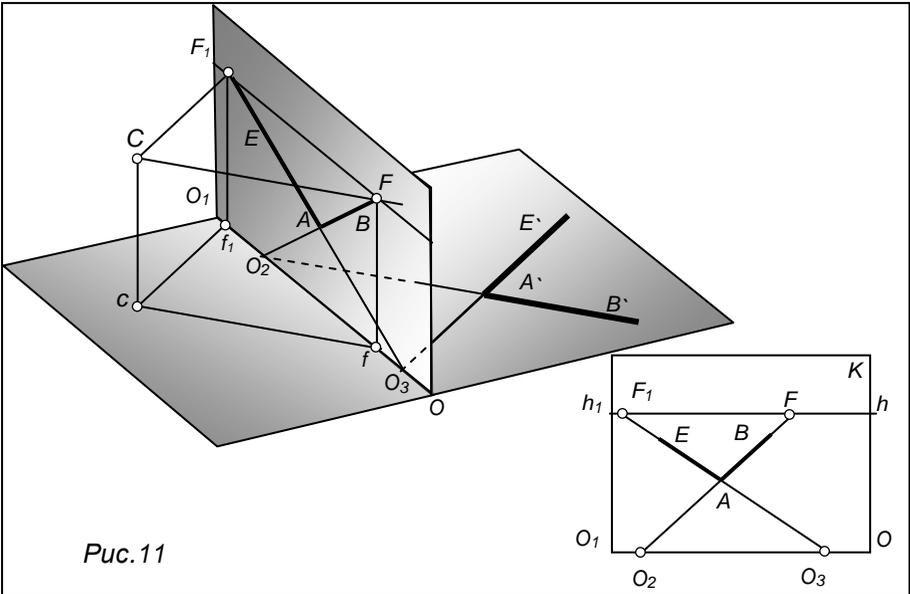


Рис.11

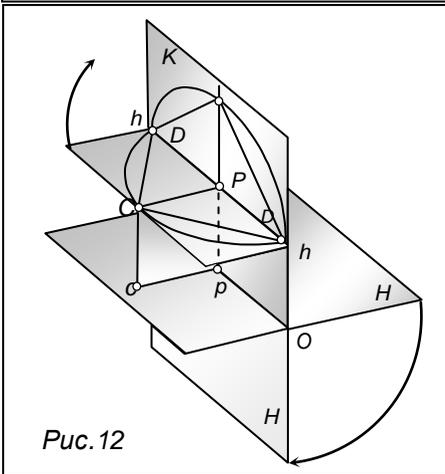


Рис.12

Площину горизонту CDD_1 , що проходить через точку зору C і лінію горизонту hh_1 , повернемо вверх навколо hh_1 на 90^0 до суміщення з площиною K . Разом з площиною горизонту повернеться на 90^0 точка C . Суміщену точку зору позначимо C_k , а головний промінь в суміщеній площині PC_k . Дистанційні точки D_1 і D_1 , а також P при суміщенні площин свого положення не міняють.

Розглянемо, як буде зображатися перспектива точки на епюрі. Нехай на

чином на лінії горизонту отримаємо фокуси F_1, F . Перспектива кута $B''A''E''$ на перетині прямих O_2F, O_3F_1 . Перспективне зображення віддзеркалене, тому що пр. пл. H суміщена з картиною.

Рішення типових задач (матеріал для самостійного опрацювання)

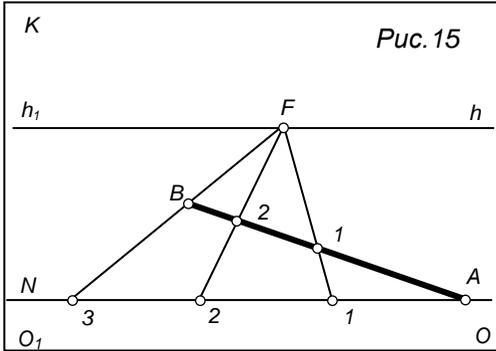


Рис. 15

Приклад №1 Відрізок AB інцидентний предметній площині необхідно розділити на три рівні частини. Проведемо пряму AN паралельно основі картини OO_1 . На hh_1 візьмемо довільну точку сходу F . Через точку F і точку B проведемо пряму до перетину з прямою AN в точці 3 . Ділимо пряму $A3$ на три рівні частини точками $2, 1$ та проведемо через них

паралельні прямі в точку сходу F . Паралельні прямі $1F, 2F, 3F$ відсічуть на відрізку AB перспективно рівні відрізки. (рис. 15)

Приклад №2 (рис. 16)

AB - перспектива відрізка загального положення на картині. Необхідно поділити перспективу відрізка AB на рівні частини. Поділимо спочатку перспективу Ab горизонтальної проекції відрізка AB на три рівні частини за допомогою прямої AE . З точок перетину $EF, 1F, 2F, Ab$ до перетину з перспективою відрізка AB встановимо перпендикуляри. Відрізки $B1, 12, 2A$ – перспективно рівні.

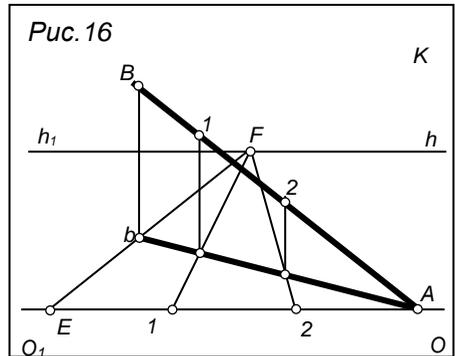


Рис. 16

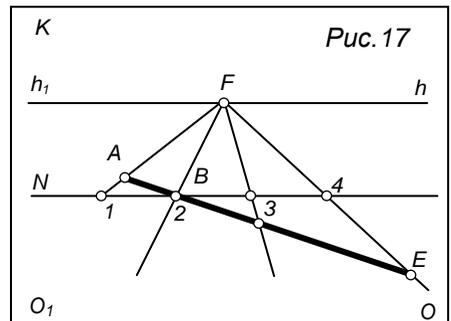


Рис. 17

Приклад №3 Збільшити відрізок AB в кілька разів. (рис 17). Через B проводимо пряму BN паралельно основі картини OO_1 . На hh_1 відмітимо довільну точку сходу F . Через F і A проводимо пряму до

перетину з **BN** в точці **1**. Від точки **2** направо відкладемо два однакові відрізки, рівні **1-В**. Далі через **F** проводимо паралельні прямі з точок **3,4** до перетину їх із продовженням перспективи **AB**. Таким чином перспектива відрізка **AE** втричі більша за відрізок **AB**.

Питання для самоконтролю.

1. В чому полягає основний закон перспективи ?
2. У чому суть методу центрального проектування ?
3. З яких елементів складається проектуючий апарат?
4. Як зображають на картині прямі, перпендикулярні до предметної площини ?
5. Як зображають на картині горизонтальні прямі, паралельні картинній площини ?
6. Яка точка називається граничною точкою прямої ?
7. Як позначаються точки сходу для прямих, перпендикулярних до картини, та для горизонтальних прямих, що знаходяться під кутом 45° до картини ?
8. Чим вимірюється відстань глядача до картини ?
9. Як поділити відрізок, заданий в перспективі в певному співвідношенні ?

Перспективні масштаби. Перспективні масштаби ділення.

В перспективі передаються не дійсні величини предметів, а тільки пропорційні співвідношення розмірів. Побудова перспективних масштабів розглянемо в трьох основних напрямках предметного простору:

1. прямі перпендикулярні до картинної площини, будемо вимірювати по масштабу глибини.
2. прямі паралельні основі картини, - по масштабу ширини.
3. прямі перпендикулярні предметній площині, - по масштабу висоти.

Масштаб глибини. *Масштаб, побудований на прямій, перпендикулярній до картини, називається масштабом глибини.*

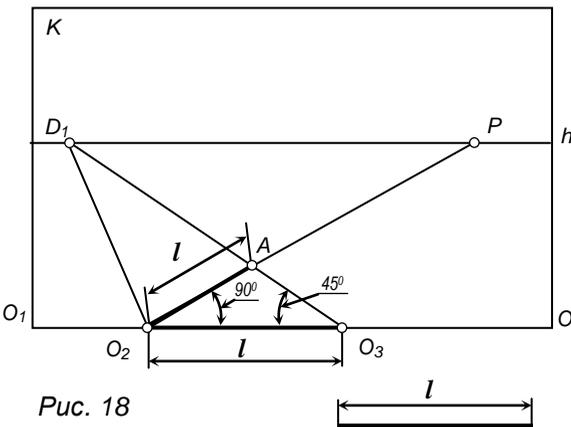


Рис. 18

Наприклад, на картині задана перспектива прямої O_2P (мал.18). Необхідно відложити на O_2P відрізок, рівний L . Задану довжину відрізка L відкладемо від точки O_2 на основу картини, отримаємо відрізок O_2O_3 . З точки O_3 проведемо пряму в точку D_1 . Пряма O_2D_1 перетнеться з прямою O_2P в точці A . Трикутник, що утворився O_2AO_3 – рівно-

бедрений і прямокутний, так як сторона O_2A лежить на прямій O_2D_1 , перпендикулярній до основи картини. Сторона AO_3 розташована на прямій O_3D_1 , яка утворює з основою картини OO_1 кут 45° . Таким чином співвідношення між розмірами відрізків O_2A в перспективі і відрізка O_2O_3 на основі картини (в дійсності) є *масштаб глибини*.

Приклад №1 Побудувати перспективу відрізка AB довжиною L , що лежить в предметній площині, і знайти відстань від точки A до картинної площини. На картині задано: точки P, D_1 і перспектива точки A (мал.19).

Через точку A проведемо пряму в точку P . Проводимо пряму D_1A і продовжимо її до перетину з основою картини в точці O_3 . Від точки O_3 відкладемо відрізок O_3O_4 , рівний L . З точки O_4 проводимо пряму в точку D_1 . Пряма O_4D_1 відітне на прямій AP відрізок AB , перспективно рівний L . Щоб

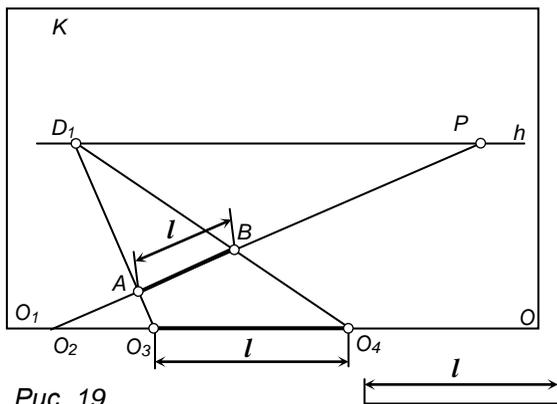


Рис. 19

знайти відстань від A до картини, треба продовжити відрізок AB до перетину з основою картини в точці O_2 . Розмір відрізка O_2O_3 виявить віддалення точки A від картини. Від відстані PD_1 залежить розмір перспективного зображення відрізка: чим далі відходить людина, тим менший на картині перспективний розмір

заданого відрізка.

Масштаб глибини залежить від вибору відстані точки зору від картини.

При виконанні перспективних побудов дистанційні точки не завжди розміщені в полі картинної площини, часто вони залишаються за її межами. В таких випадках використовують **дробині дистанційні точки**.

Приклад №2. На прямій O_2P задана перспектива довільного відрізка O_2A (мал. 20). Натуральна величина відрізка O_2A дорівнює O_2O_3 . Розділимо відрізки PD_1 і O_2O_3 навпіл відповідно точки $D_1/2$, O_4 .

З'єднаємо $D_1/2$ і O_4 . Ця пряма проходить через точку A . Якщо поділити відрізки $D_1/2P$ і O_2O_4 ще навпіл точками $D_1/4$ і O_5 , то пряма $D_1/4O_5$

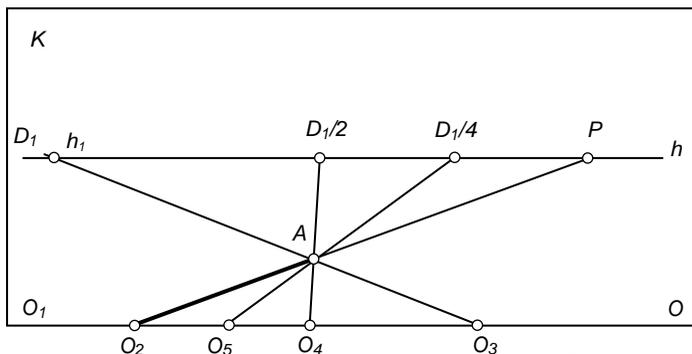


Рис. 20

також пройде через точку A .

Дробні дистанційні точки дають можливість знайти розмір відрізка в глибину, коли дистанційна точка знаходиться за межами картини (рис.21). Треба зауважити, що дробні дистанційні точки не працюють як точки сходу для паралельних прямих.

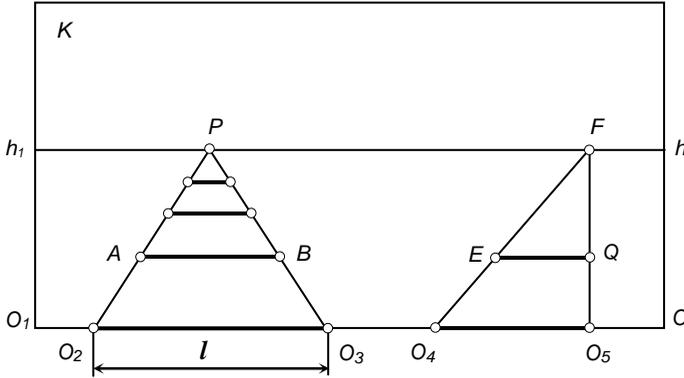


Рис. 22

Масштаб ширини.

Масштаб, побудований на прямій, розміщеній паралельно картині, називається масштабом ширини.

На основі картини візьмемо довільний відрізок O_2O_3 довжиною L (мал. 22). З'єднаємо кінці відрізка O_2, O_3 з точкою P .

Таким чином отримаємо дві перспективно паралельні прямі, перпендикулярні до основи картини. Візьмемо на прямій O_3P довільну точку A і проведемо через неї

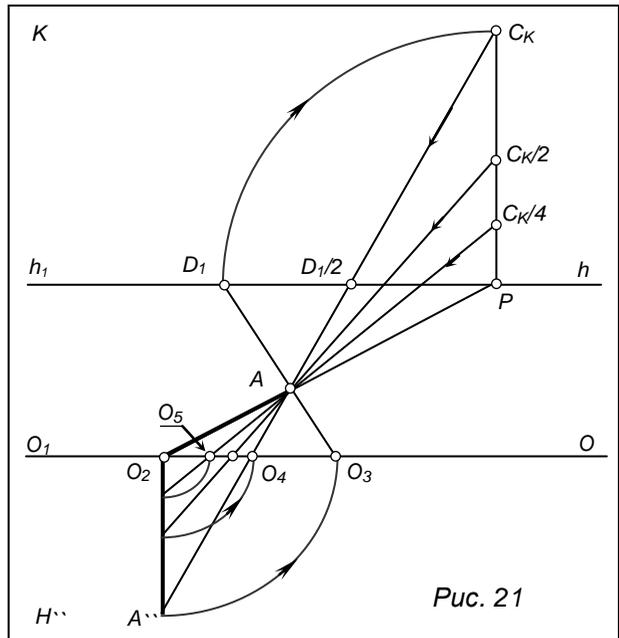
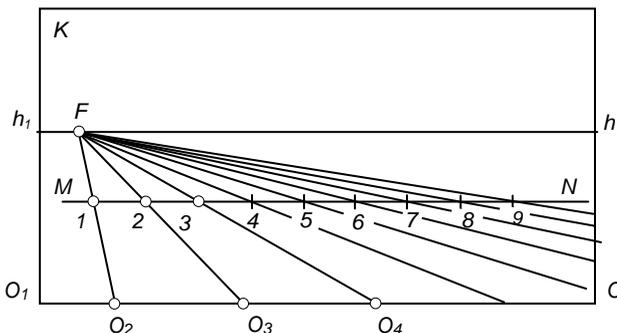


Рис. 21

пряму, паралельну основі картини OO_1 , до перетину з прямою O_3P – точка B . Перспектива відрізка AB буде рівна відрізку O_2O_3 , так як фігура O_2ABO_3

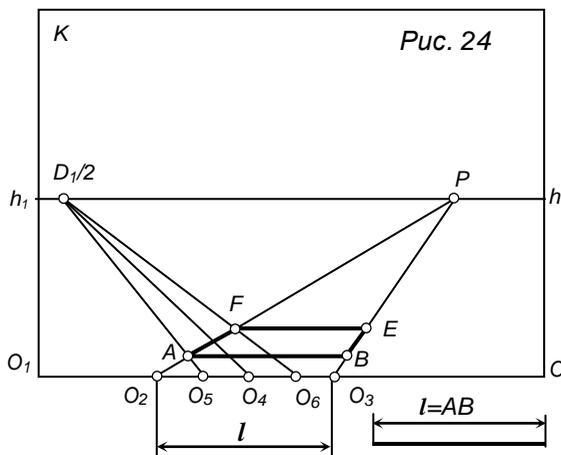
представляє собою перспективу прямокутника. Тому скільки б ми не проводили прямих, паралельних відрітку O_2O_3 , всі вони будуть перспективно рівні між собою. Перспективний масштаб збережеться і для паралельних прямих, проведених в довільну точку сходу F . В такому випадку фігура O_4EQO_5 є перспективою паралелограма.

Приклад 1. На картині задана перспектива паралельних прямих O_2F , O_3F , O_4F довільного напрямку (мал.23), що лежать на однаковій відстані один від одного. Треба побудувати ряд паралельних прямих з однаковим проміжком, не виходячи за рамки картини.



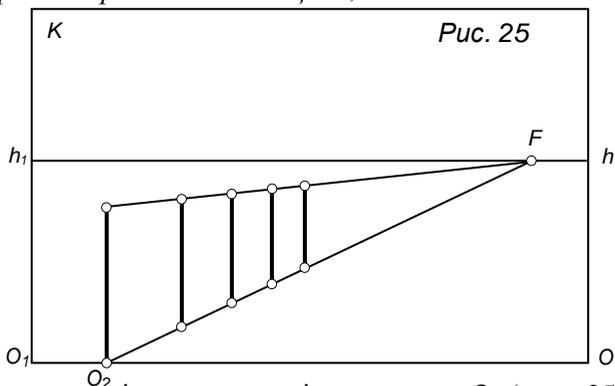
Проводимо довільну пряму MN паралельно основі картини OO_1 , яка перетне задані прямі в точках $1, 2, 3$. Відрізки $1-2$ і $2-3$ по масштабу ширини рівні між собою. Щоб провести ще ряд паралельних прямих в рамках картини, треба на прямій MN намітити кілька точок, віддалених одна від одної на відстані, що дорівнює $1-2$ і $2-3$, через ці точки провести перспективно паралельні прямі в точку F .

Приклад №3. Побудувати перспективу квадрата $ABEF$, що належить предметній площині. Сторона AB дорівнює L і розміщена паралельно основі картини. Відстань від картини до прямої AB рівне $L/2$. На картині задані точки P і $D_1/2$. На основі картини



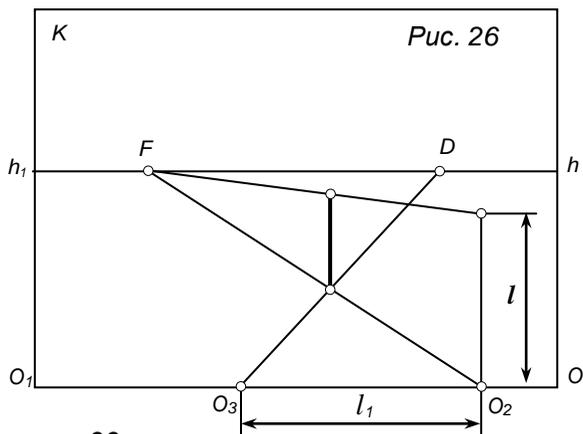
відкладаємо відрізок рівний L (мал. 24). З'єднаємо прямою точки O_2 і O_3 з точкою P . Так як на картині задана дробина дистанційна точка $D_1/2$, то виявлення відстані від основи картини до прямої AB використаємо масштаб глибини. Розділимо спочатку відрізок O_2O_3 навпіл – точка O_5 . З точки O_5 проведемо пряму в точку $D_1/2$. пряма $O_5D_1/2$ перетне пряму O_2P в точці A , віддаленій від основи картини на відстань $L/2$. щоб побудувати перспективу точки F , відкладемо від O_5 відрізок O_5O_6 , рівний $L/2$. Перспектива точки F буде лежати на перетині прямих O_2P і $O_6D_1/2$.Через знайдені перспективи точок A і F проведемо горизонтальні прямі, що перетнуться з прямою O_3P в точках B і E . Таким чином, буде побудована перспектива заданого квадрата $ABEF$.

Масштаб висоти. Масштаб, побудований на прямій, розташований перпендикулярно до предметної площини, називають масштабом висоти.



Візьмемо на основі картини довільну точку O_2 (мал. 25) та побудуємо перпендикуляр O_2A . Через точки O_2 і A проведемо дві перспективно паралельні прямі в довільну точку Сходу F . Очевидно що любой відрізок, проведений паралельно відрізку O_2A між паралельними прямими, буде перспективно рівний відрізку O_2A .

Приклад №4. На картині задана перспектива відрізка AB і точка D (мал.26). Визначити його дійсний розмір і відстань від цього відрізка до

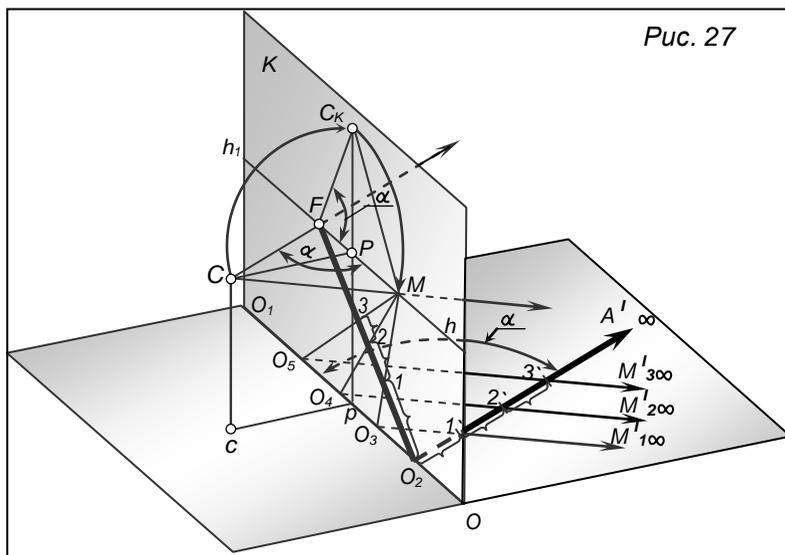


картини. Проводимо через кінці відрізка AB дві перспективно паралельні прямі в довільну точку F і продовжимо пряму AF до перетину з картиною в точці O_2 . З точки O_2 побудуємо перпендикуляр до перетину з продовженням прямої BF . Дійсна величина відрізка AB буде рівна L . Для визначення відстані від картини до AB застосуємо масштаб глибини. Для цього через точку A проводимо пряму DA до перетину з основою картини в точці O_3 . Віддалення відрізка AB від картини визначається відрізком O_2O_3 , рівним L_1 на основі картини.

Перспективний масштаб ділення для прямих, розташованих у випадковому повороті до картини.

На проектуючому апараті проведемо в предметній площині пряму $O_2A'\infty$, розташованому під довільним кутом до основи картини і побудуємо на картині перспективу прямої $O_2A'\infty$ – пряма O_2F (мал. 27). На прямій $O_2A'\infty$ від точки O_2 відкладемо три довільні рівні між собою відрізки O_2-1' , $1'-2'$, $2'-3'$. На основі картини від точки O_2 відкладемо такі ж відрізки O_2O_3 , O_3O_4 , O_4O_5 і через їх кінці проведемо паралельні прямі $O_3M_1'\infty$, $O_4M_2'\infty$, $O_5M_3'\infty$. З точки зору C проведемо промені зору паралельно прямим $O_3M_1'\infty$, $O_4M_2'\infty$, $O_5M_3'\infty$. Цей промінь перетнеться з лінією горизонту hh_1 в точці M . Точка M - це гранична точка для паралельних прямих $O_3M_1'\infty$, $O_4M_2'\infty$, $O_5M_3'\infty$.

Перспектива цих паралельних прямих зображена на картині в вигляді прямих O_3M , O_4M , O_5M , які відсічуть на прямій O_2F перспективно рівні між собою відрізки O_2-1 , $1-2$, $2-3$. Трикутник



FCM подібний трикутнику O_3O_2I' , так як їх сторони попарно паралельні. З побудови видно, що відповідність між розмірами відрізка в перспективі O_2I' і O_2I'' в дійсності буде масштабом для відрізка випадкового положення. Точку M прийнято називати *масштабною точкою*, або *точкою вимірювання*. Необхідно наголосити, що для кожної прямої, довільно розташованої в предметній площині, існує тільки одна масштабна точка M . Якщо в предметній площині задані дві непаралельні прямі випадкового положення, то для кожної з них існує своя масштабна точка.

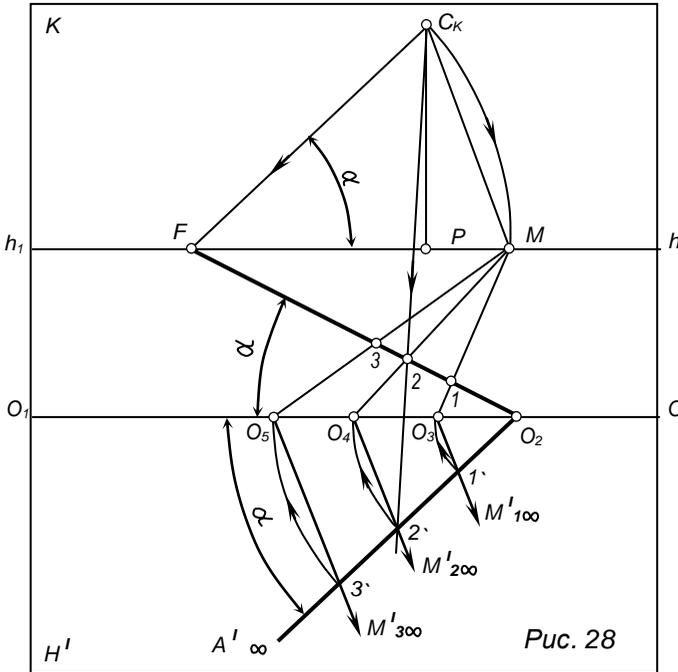


Рис. 28

Розвернемо площину горизонту і разом з нею трикутник FCM навколо лінії горизонту hh_1 до суміщення з картиною (мал.28). Предметну площину H повернемо разом з розміщеною на ній прямою $O_2A'_{\infty}$ навколо основи картини до суміщення з картиною. Таким чином, отримаємо епюр.

Якщо з суміщеної точки C_k провести промінь в точку $2''$, розміщену на суміщеній прямій $O_2A'_{\infty}$, то цей промінь $C_k 2''$ перетнеться з перспективною прямою O_2F в точці 2 . Це означає що, при суміщенні між точками предметної площини і картини встановлена перспективна відповідність.

Питання для самоконтролю.

1. Що називають масштабом ?
2. Що називають перспективним масштабом глибини ?
3. Що називають перспективним масштабом ширини ?
4. Що називають перспективним масштабом висоти ?
5. Що називають масштабом точкою ?
6. Як будується перспектива кола, що лежить в предметній площині?

Перспектива предметів та архітектурних об'єктів.

1. Вибір точки зору та кутів зору.

На зображення об'єктів в перспективі впливає правильний вибір елементів картини: лінії горизонту, головної точки картини, дистанційної відстані.

До сих пір ми розглядали побудову перспективи різноманітних просторових фігур, не враховуючи існуючу залежність між розмірами картини і відстані від неї до точки зору. Тому іноді отримували спотворені зображення. В той час, як головна задача перспективних зображень – створення правдивого враження про властивості предмета: його форми, розміри і пропорції. А для цього відстань від точки зору до картини не може бути випадковою.

Поле зору називається перетин конуса, утвореного променями зору, площиною перпендикулярною до головного променя картини CP (рис.31). Поле зору необмежене в глибину, але обмежене по ширині і висоті. Кут, утворений двома крайніми променями зору, обмежувачими видимий простір в будь-якій площині, що перетинає конус зору, називається кутом зору. Кут зору вверх від CP дорівнює 45^0 , а вниз від CP – 65^0 кожен з бокових кутів по 70^0 . Тому поле зору має форму неправильного кола, розтягнутого по ширині, але для простоти уяви вважатимемо його правильним. Величина ясного поля зору визначається кутом 28^0 при $CP=2AB$. Звідки витікає, що точка зору C повинна бути віддалена від картини K приблизно на подвійну її висоту.

Для побудови зображень окремих предметів і композицій на вулиці приймають кут зору в межах $28-37^0$, а для інтер'єрів – до 53^0 .

Картина $ABED$ завжди повинна вписуватися в поле зору, незалежно від її форми. Для картини прямокутної форми діагональ її буде дорівнювати діаметру основи конуса. Тому відстань від картини до ока необхідно брати не менше діагоналі картини, тоді отримуємо кут 53^0 . Якщо розмір діагоналі подвоїти, то кут зору дорівнюватиме 28^0 .

Якщо кут зору α лежить в межах $53^0 - 60^0$, то об'єкт в перспективі має сильний ракурс. Цей кут рекомендується для довгих і низьких об'єктів. Якщо кут α рівний $28^0 - 30^0$, він може бути рекомендований для високих об'єктів. На рис.32 дано схематичне зображення перспективи об'єкта при різних значення кутів зору.

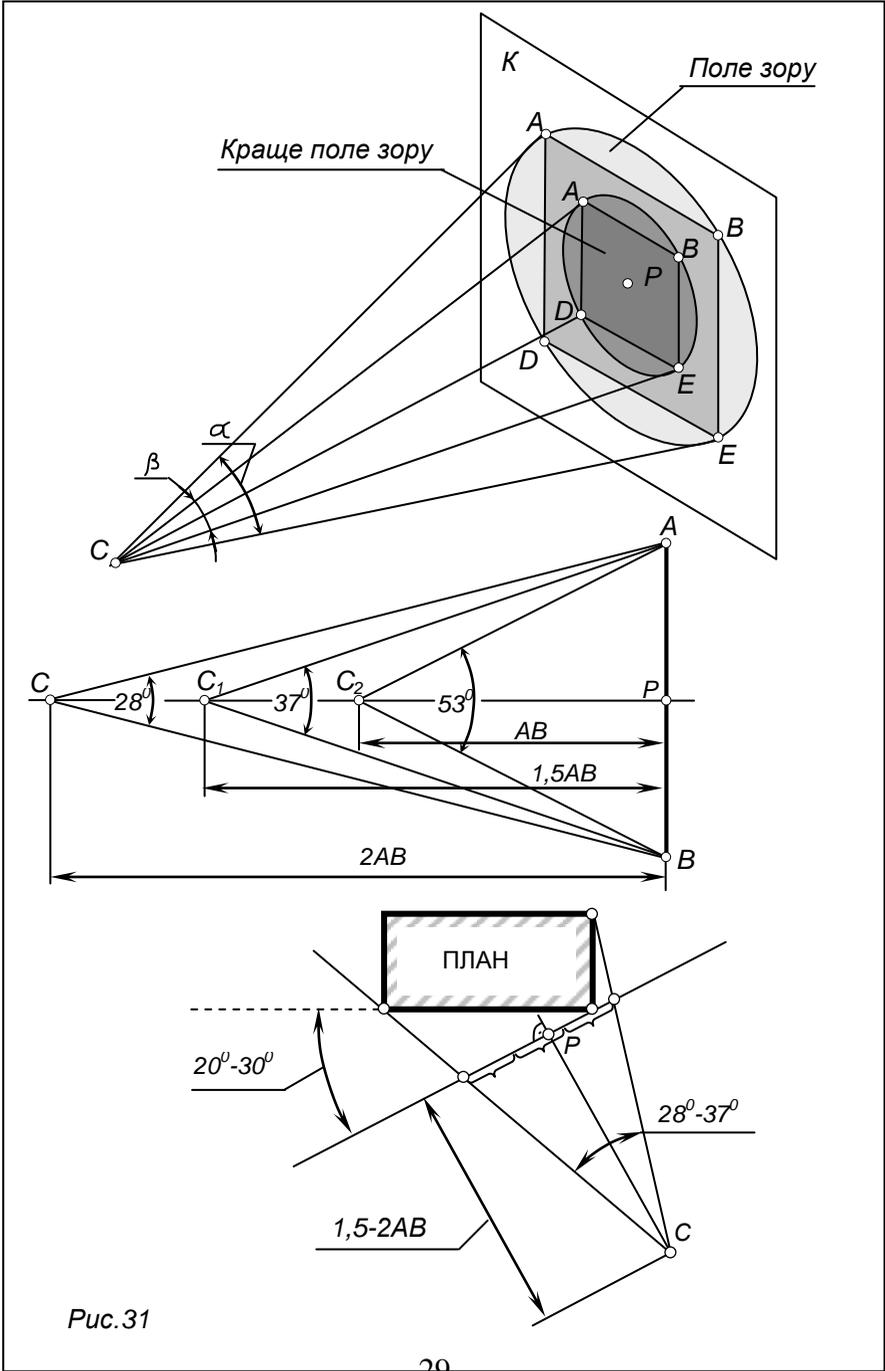


Рис.31

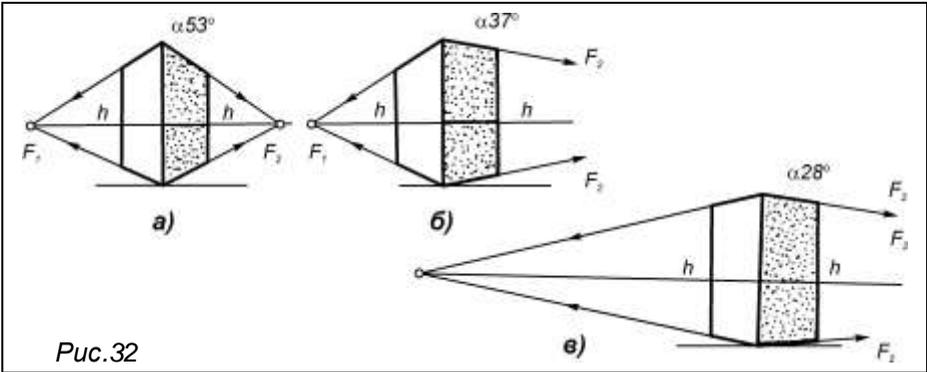


Рис.32

На рис.33 побудоване наочне зображення куба при відповідних умовах вибору точки зору C і кута зору α .

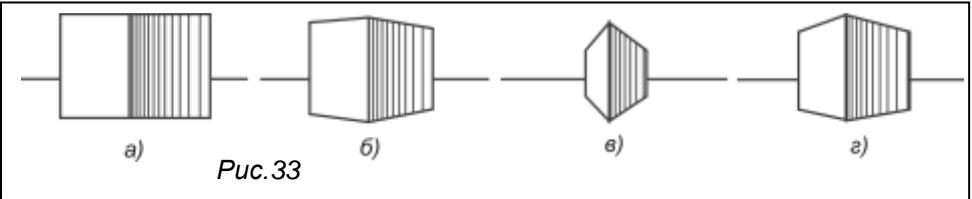
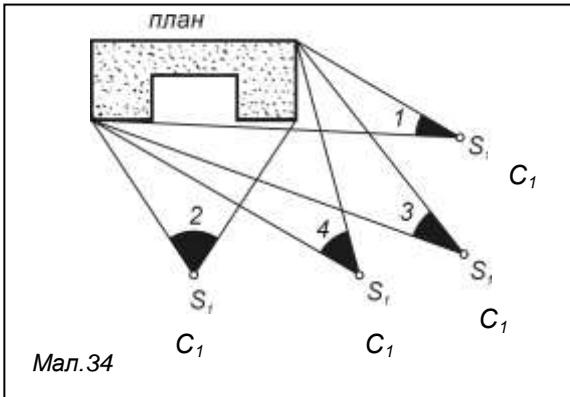


Рис.33

Якщо точка зору C обрана в нескінченності (рис.33-а), тоді куб зображається в паралельній проекції і, очевидно, зображення не має наочності. (Горизонт показано умовно).

Якщо перспектива побудована з кутом зору $\alpha = 15^\circ$ (рис.33-б), то дуже слабо виявлена збіжність перспектив паралельних прямих.



Мал.34

Різка збіжність перспектив паралельних прямих (рис.33-в) при куті зору $\alpha = 70^\circ$. Зображення не відповідає реальному уявленню про форму куба. Найбільш наочне зображення куба буде при куті зору $\alpha = 30^\circ$ (рис. 33-г).

На рис.34 можна схематично прослідкувати за зміною перспективного зображення об'єкта при різних положеннях точки зору S_1 .

- 1- показує вигляд збоку, частина основного фасаду схована;
- 2- добре розкрито основний фасад, а бічні – зовсім невидимі;
- 3- зображаються обидва фасади під однаковим ракурсом і перспектива не зовсім виражена;
- 4- можна вважати вигляд найбільш вдалим, т. як з цієї точки зору композиція будинку найбільш розкрита.

2. Вибір лінії горизонту

Горизонт може бути нормальним (а), високим (б), низьким (в). На рис.35 зображена схема можливого розташування лінії горизонту. Висотою нормального горизонту прийнята величина $h_n = 1,7$ м. З висоти пташиного польоту h_{nm} до 1000 м і більше. При високому і низькому розміщенні горизонту віддаль PS – від точки зору до об'єкта повинна бути збільшеною, щоб перспективне зображення не було спотвореним.

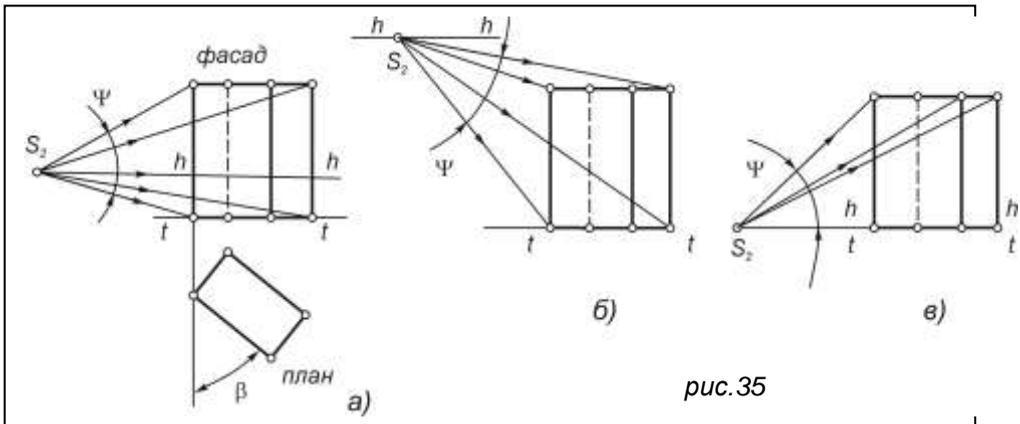


рис.35

дизайнерів, будівельників, проєктантів та ін. звичайно застосовуються класичні методи побудови перспективи: прямокутних і косокутних координат (Ж.Дезарга-Адемара); слідів променів, слідів променевих площин (А.Дюрера), малої і великої картини, архітекторів (Ф.Брунелеско, Гвідо Убальді, Андреа Поццо), сітки (Л.Альберті). Ми будемо вивчати методи, які ефективно застосовуються у будівельній практиці, а саме: метод архітекторів та метод сітки.

Метод архітекторів з двома точками (Метод Брунелескі)

Цей метод найбільш популярний в практиці архітектурного проектування. На рис.36, 37, 38 побудова перспективи виконується за двома точками збігу. Особливість методу полягає в тому, що побудова перспективи виконується без повороту плану об'єкта, а повертається площина картини відносно плану. На рис. 36-а) дано три позиції картини – I, II, III [21]. Позиція I – площина картини (tt) перетинає план. Позиція II – площина картини (tt) проходить через ребра 4,5. Позиція III – площина картини (tt) довільно віддалена від плану. На всіх трьох позиціях напрям площини не змінюється. На плані об'єкта виконуються допоміжні побудови. Приблизно з середини плану проводять перпендикуляр d tt , на якому довільно обирається проекція точки зору S_1 і кут зору α за умови, що відстань до картини буде дорівнювати $S_1O=(1,5 \div 2)m_0n_0$, де відрізок m_0n_0 є полем зору.

З точки S_1 проводять промені зору в точки плану – $S_1I_1, S_1I_2, \dots, S_1II_1$, які перетинають картину в точках $I_0, 2_0, 3_0, \dots, II_0$. З точки S_1 проводять прямі лінії паралельно до сторін плану. На основі картини tt знаходять точки f_1, f_2 .

На рис.36-б) (позиція –I) картина перетинає план об'єкта. З точок перерізу плану з основою картини tt проводять лінії домінуючого напрямку в точки збігу, за якими швидко можна побудувати перспективу ребер на основу картини tt переносять точки $I_0, 2_0, 3_0, \dots, II_0, O_0, f_1, f_2, L_0, q_0$ з плану об'єкта. Через ці точки проводять вертикальні сліди променевих площин $R^I_k, R^2_k, \dots, R^{II}_k$. Вони перетинаються з відповідними домінуючими прямими, які збігаються в точках F_1, F_2 . З точок перерізу плану картиною $2_0', 5_0', 13_0', 14_0'$ проводять прямі в точки F_1, F_2 , на перетині яких визначаються перспективи точок $-5', 4'$. Точку I' можна побудувати в перетині прямої L_0F_2 зі слідом R^I_k . Відрізок I_0-I_4' – натуральна величина ребра 4.

На рис.37 (позиція III) застосовано такий же принцип побудови. Спочатку з точок L_0, b_0, q_0 проводять прямі в точки F_1, F_2 , які, перетинаючись між собою, визначають точки перспективи основи об'єкта - $4', 6'$. Точки $3', 4'$ - знаходять на слідах R^3_k, R^4_k . Відрізок $b_0 e_0$ – натуральна величина ребра 4.

На рис.38 - а,б) (позиція II) розглянуто приклад, який найчастіше зустрічається, як академічне завдання. З точки 4_0 проводять прямі в точки F_1, F_2 , в перетині яких вертикальними слідами променевих площин – $R^I_k, R^2_k, \dots, R^{II}_k$, будується перспектива.

Так, пряма $F_24_0 \cap R^6_k \subset 6^1$, а $F_24_0 \cap R^{II}_k \subset II^1$.

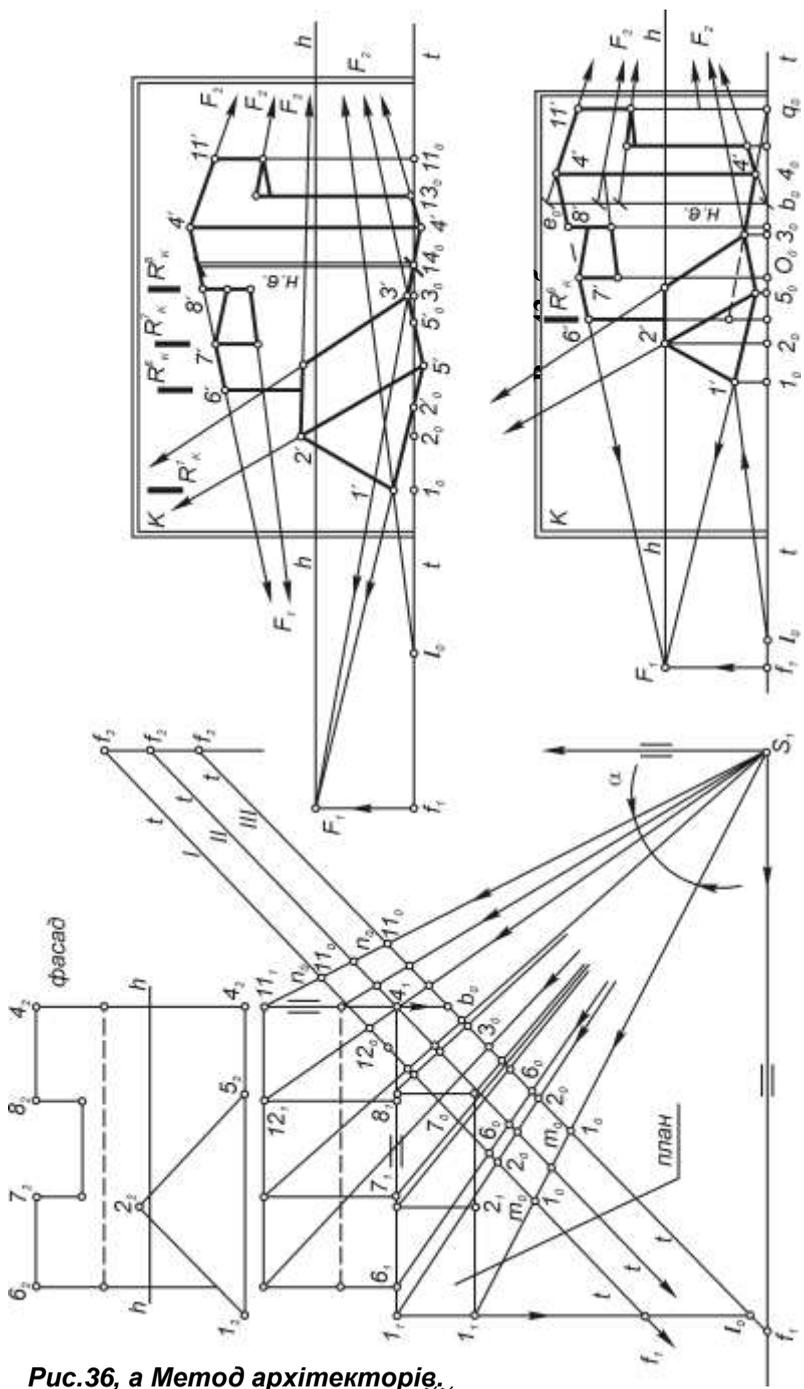


Рис.36, а Метод архітекторів.

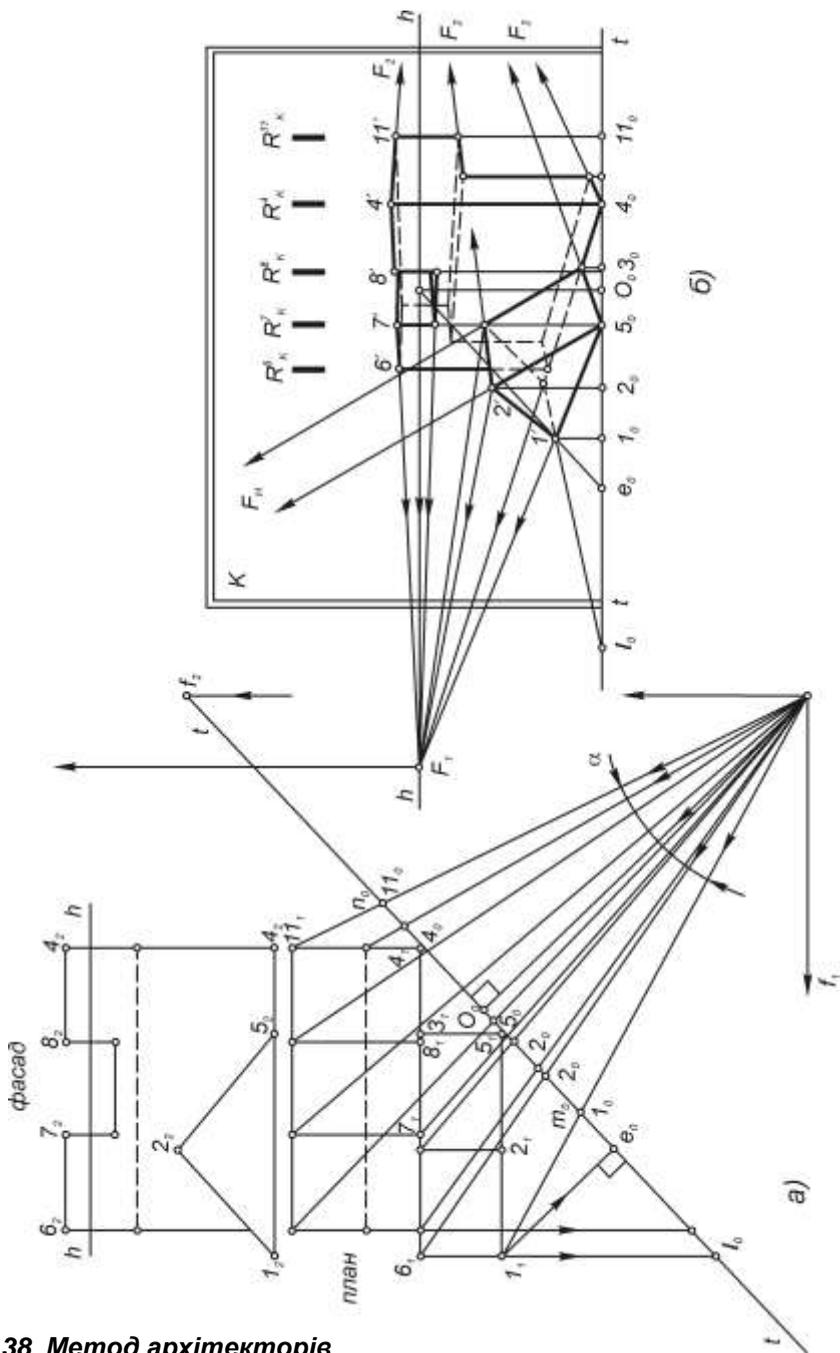


Рис.38 Метод архітекторіє

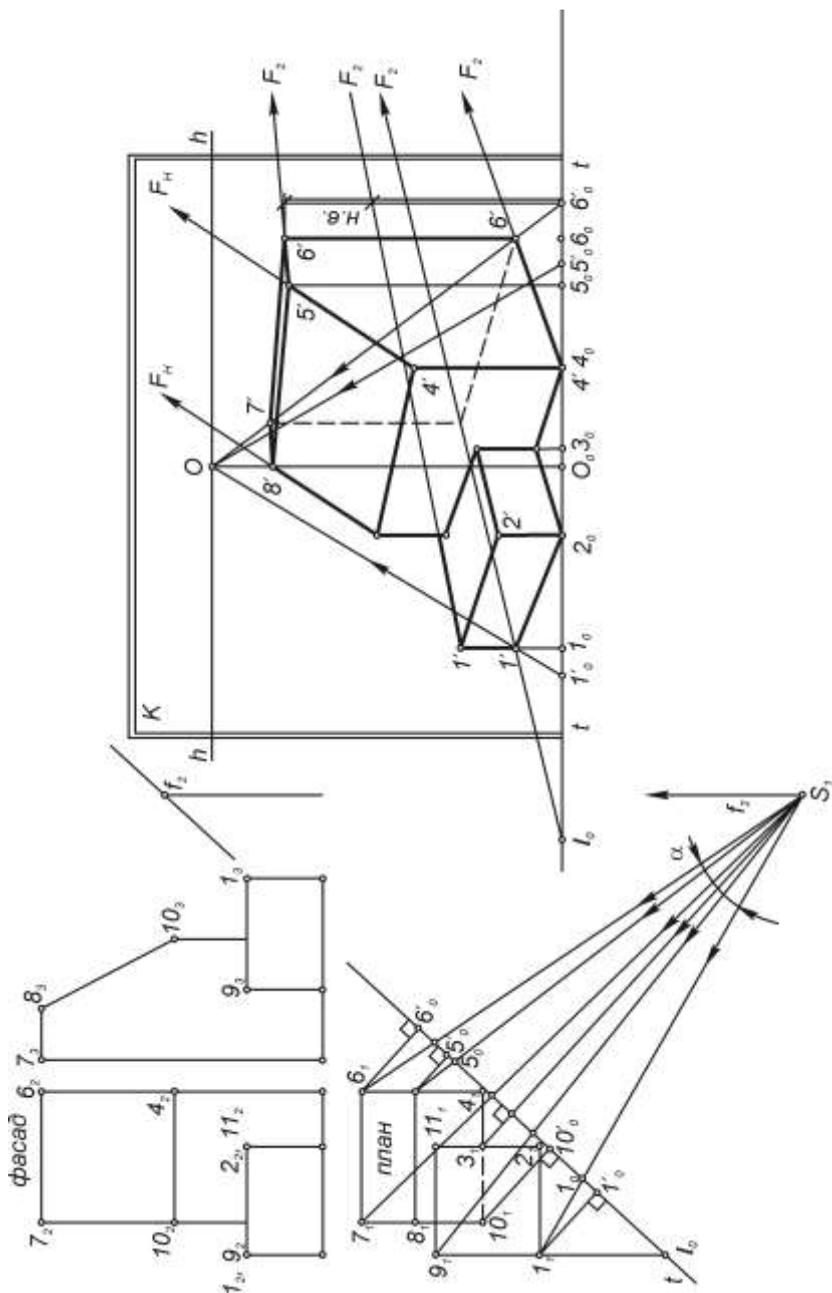


Рис .39 Метод архітекторів з однією точкою збігу.

Метод архітекторів з однією точкою збігу (метод Убальді)

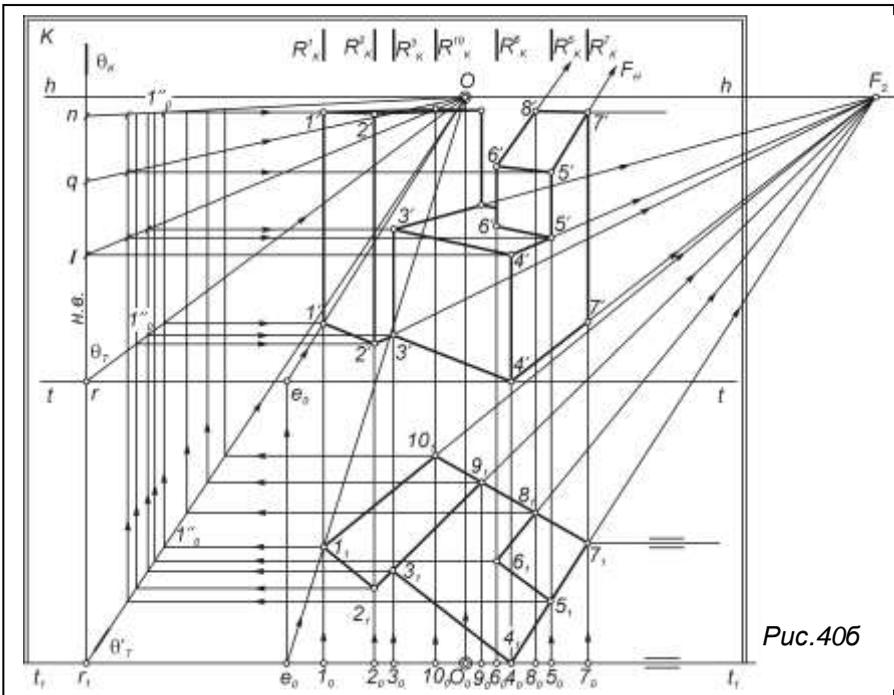
Коли одна точка збігу розташована значно далше від точки O , то можлива побудова перспективи об'єкта за точками початку сторін плану на основі картини tt і перпендикулярів, які проведено з точок плану на основу tt . Так, $L_0F_1 \cap L_0O \subset l^1$.

На рис. 39 перспектива об'єкта побудована за однією точкою збігу F_2 і головною точкою O [6]. На плані рис.39-а) виконують допоміжну побудову. З точок плану $1_0, 3_0, 5_0, 6_0, \dots, 10_0$ проводять перпендикуляри до основи картини tt . На лінії tt знаходять точки $1_0', 3_0', 5_0', \dots, 10_0'$. На картину K рис.39-б) переносять отримані на плані точки. Точки $L_0, 2_0, 4_0$ – точки початку сторін плану на картині. Далі будують точки f_2, F_2 . З точок $1_0', \dots, 5_0', 6_0'$ проводять перпендикуляри в точку O до перетину їх з прямими $L_0F_2, 4_0F_2$. В точках перетину знаходять точки перспективи $-1', 3', \dots, 10'$.

**Метод архітекторів з опущеним планом і бічної стіни.
(метод Поццо) Рис.40б.**

Задано ортогональні проекції об'єкта, положення лінії горизонту hh і картини K (tt).

Спочатку здійснено допоміжні побудови (рис.40 а). Обираємо точку зору – S_1 , таким чином, щоб кут зору α був біля $28 \div 37^\circ$. Будуємо точки $1_0, 2_0, \dots, 10_0, e_0, f_2, O_0$.



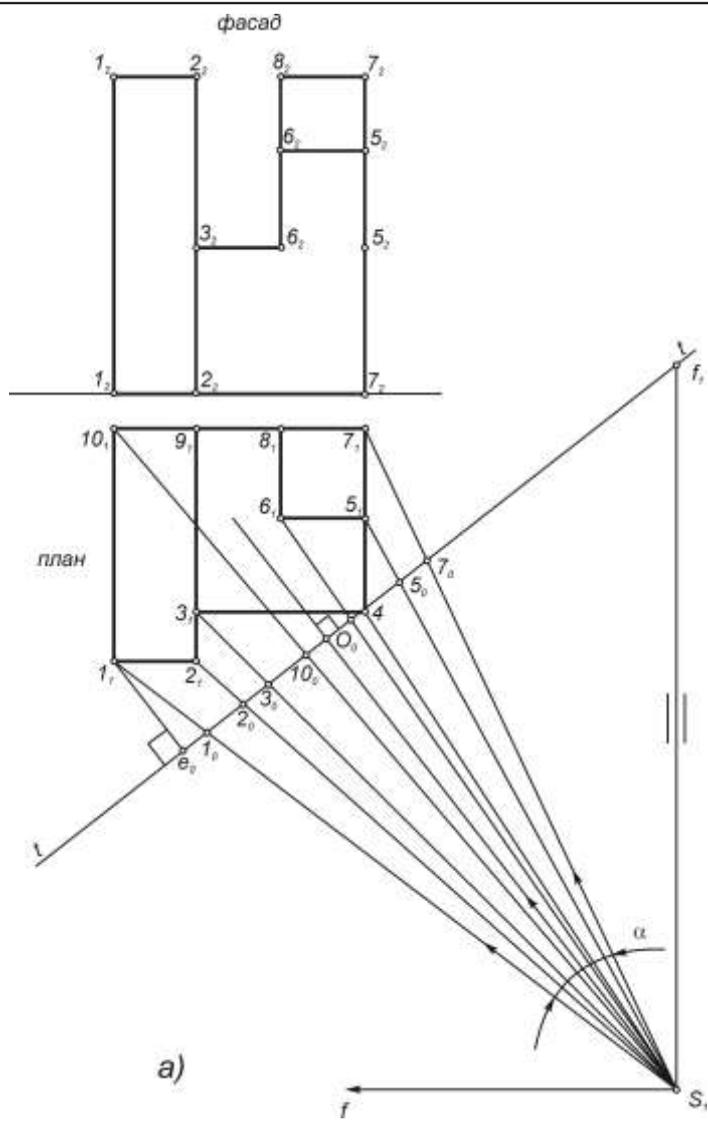


Рис.40 а, Метод архітекторів з опущеним планом і бічною стіною

Метод сітки Альберті.(мал.41)

При побудові перспективи планування методом сітки застосовуються ортогональні проекції [13]. На рис. 41 – *a* план і фасад умовних об'єктів 1,2,3. Об'єкти 1,3 розташовані фронтально, а об'єкт 2-під довільним кутом до картини *K* з основою *tt*. Забудову треба замкнути в габаритний квадрат довільних розмірів зі стороною *b*. На отриманому квадраті будується сітка з малих квадратів зі стороною *b/n*. Основа картини *tt* вибирається на стороні квадрата, наприклад, *10-60*. На середині сторони *10-60* вибирається точка *O0*. Так, *O10 = O60*. Потім визначається точка зору *S1* за умовою $SP=(1,5\div 2) b$, кут зору α вибирається в межах $28\div 37^\circ$. З точки зору *S1* під кутом 45° до основи картини *tt* проводяться прямі, що визначають точки *d, d1*- проекції дистанційних точок. На рис. 41 – *b* будується перспектива забудови. Вибирається картина *tt*, лінія високого горизонту за умовами $hh=(1\div 1,5)b$. На основу картини *tt* рис. 41 – *b* переносяться точки з рис. 41 – *a*. Будується фронтальна перспектива сітки квадратів, на яку візуально переносять точки плану об'єкту. Таким чином будується перспектива точок - *1', 2', 3', 6'*. По можливості перспективне зображення коригується за точками збігу *F1, F2*. Висоти ребер будуються за розмірами фасадів в масштабі.

Метод сітки Альберті з двома точками збігу мал.42).

Задано план і фасад будівлі з умовними об'єктами 1,2,3, які можуть займати довільне положення відносно обраної картини *K* з основою *tt*, високий горизонт *hh*. Спочатку на плані об'єкта виконують допоміжні побудови[13]. Для цього план охоплюють довільним квадратом з сіткою малих квадратів. Вибирається фронтальна картина з основою *tt* і точкою зору *S1*. $S1O0 \perp tt$. (Відстань *S1O0* на рис. 124 умовно зменшено). З точки *S1* проводяться прямі паралельно до сторін квадрата. На лінії *tt* знаходять точки *f1, f2*. Всі сторони квадратів сітки лівого і правого напрямів і сторони об'єктів продовжують до перетину в точках *160, 170, 180, . . . , 220*. Ці точки і точки *f1, f2* переносяться на основу картини(*b*). Точки *f'1, f'2* переносять на лінію *hh*, знаходять точки збігу *F1, F2*, за якими будують перспективу сітки квадратів і план об'єктів. Відрізки ,які позначені подвійними лініями, є натуральними величинами ребер будинків. Відрізок *20020* є дійсною величиною ребра *2* другого об'єкта.

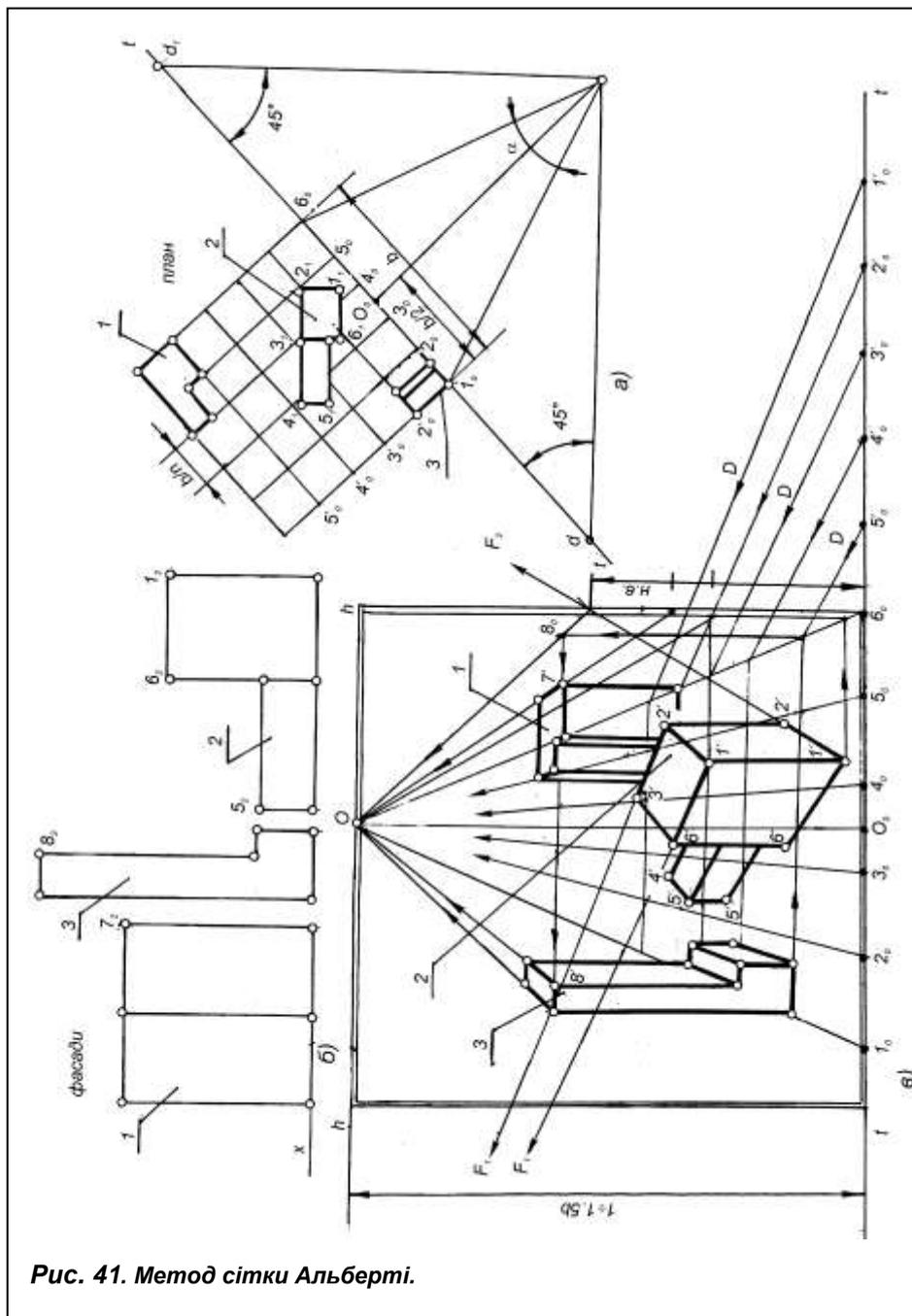
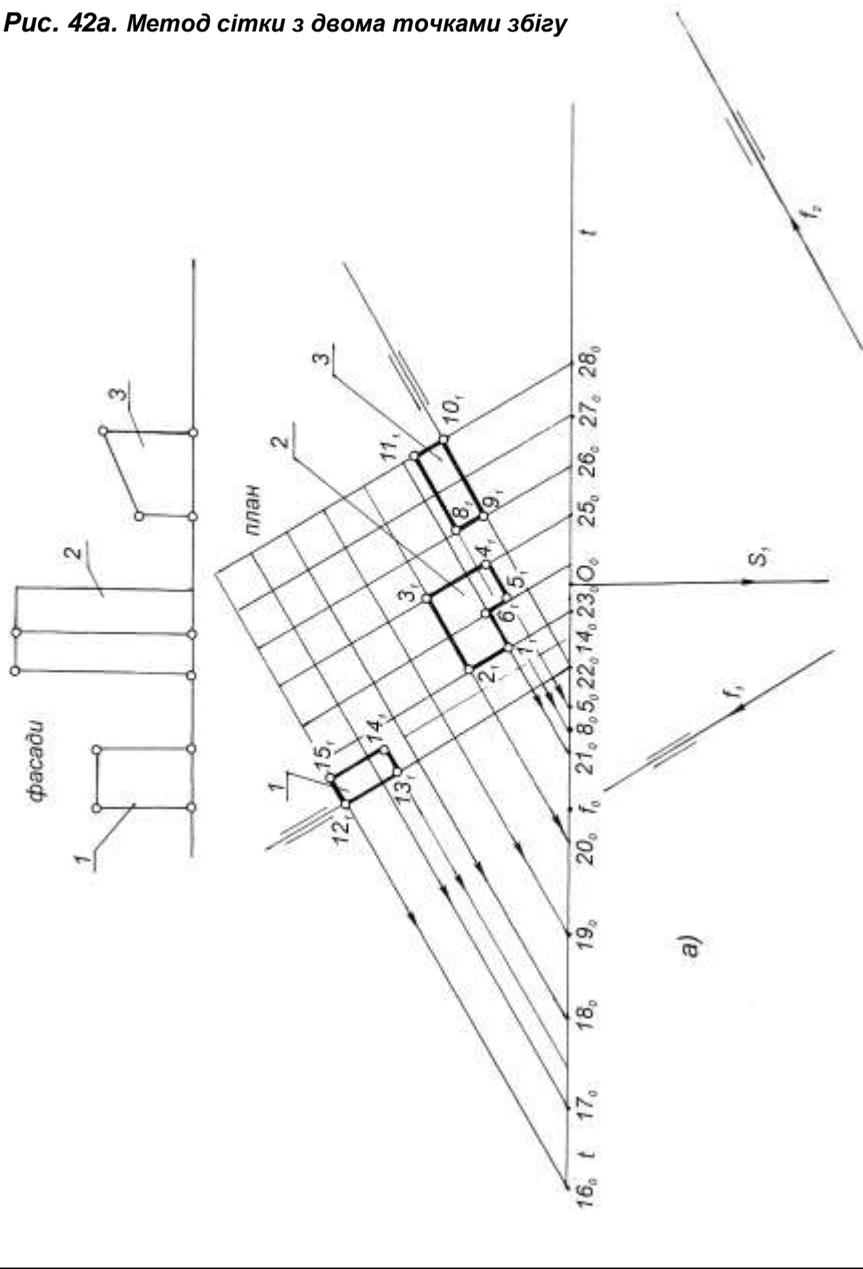


Рис. 41. Метод сітки Альберті.

Рис. 42а. Метод сітки з двома точками збігу



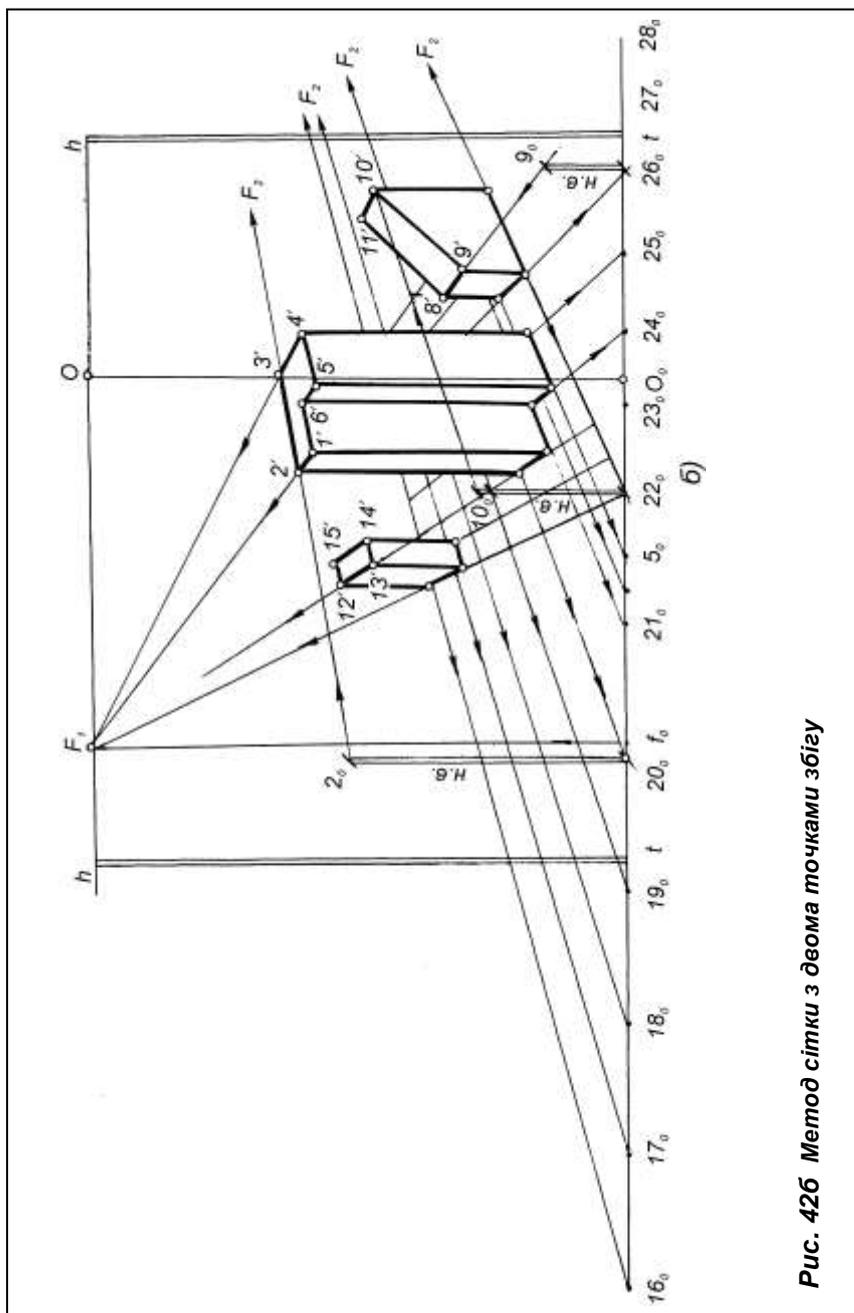


Рис. 426 Метод сітки з двома точками збігу

Питання для самоконтролю.

1. Що таке кут зору? В яких межах треба його вибирати?
2. Як визначають положення точки зору?
3. Як визначають положення точки зору на плані?
4. Як розташовують картинну площину відносно головного фасаду?
5. Як вибрати положення точки зору за висотою?
6. Які основні методи побудови перспективи?
7. У чому полягає метод архітекторів?
8. Як будується перспектива методом архітектора з однією точкою сходу, з двома точками сходу?
9. У чому полягає суть методу сітки?
- 10.

ЗМІСТ

Умовні позначення	2
1. Перспектива	
1.1. Визначення перспективи.....	4
1.2. Основний закон перспективи.....	4
1.3. Основні елементи проектуючого апарата.....	5
2. Перспектива точки і прямої лінії	
2.1. Перспектива точки.....	7
2.2. Перспектива прямих ліній.....	7
2.3. Перспектива кутів.....	13
3. Перспектива масштабів	
3.1. Масштаб глибини.....	17
3.2. Масштаб ширини.....	20
3.3. Масштаб висоти.....	22
3.4. Перспективний масштаб ділення для прямих, розташованих під кутом до картини.....	22
4. Перспектива предметів та архітектурних об'єктів	
4.1. Вибір точки зору.....	27
4.2. Вибір лінії горизонту.....	29
4.3. Метод архітекторів з двома точками збігу.....	31
4.4. Метод архітекторів з однією точкою збігу.....	34
4.5. Метод архітекторів з опущеним планом і бічною стіною.....	35
4.6. Метод сітки Альберті.....	36
4.7. Метод сітки Альберті з двома точками збігу.....	37
5. Список використаної літератури.....	43

Список використаних джерел

1. Михайленко В. Є., Найдиш В. М., Підкоритов А. М., Скидан І. А. Інженерна та комп'ютерна графіка – К.: Вища школа, 2001.–271с.
2. Гордєєва Є. П., Лелик Я. Р. Перспектива. Методи побудови– Луцьк: «Волинська обласна друкарня», 2001. – 158 с.
3. Гордєєва Є. П., Лелик Я. Р. Перспектива. Збірник завдань – Луцьк: «Волинська обласна друкарня», 2003. – 185 с.
4. Пустюльга С.І., Клак Ю.В., Самостян В.Р. Нарисна геометрія / за ред. В.Костюхіна.– Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2010.–112 с.
5. Нікуліна В.В. Інженерна графіка. Курс лекцій для студентів спеціальності «Промислове та цивільне будівництво» денної форми навчання– Луцьк: ТК Луцького НТУ, 2004. – 122 с.
6. Нікуліна В.В. Інженерна графіка. Курс лекцій для студентів спеціальності 5.05070103 Електропостачання» денної форми навчання/ укладач В.В. Нікуліна – Луцьк: ТК Луцького НТУ, 2014. – 128 с.

Нарисна геометрія. Лінійна перспектива [Текст] : навчальний посібник для студентів, що навчаються за спеціальністю –192 «Будівництво та цивільна інженерія» денної та заочної форми навчання. / укладачі Бурчак І.Н., Лелик Я.Р. – Луцьк: Луцький НТУ, 2021. – 48 с.

Комп'ютерний набір та верстка
Редактор

Я.Р. Лелик
Я.Р. Лелик

Підп. до друку« »_____2021 р. Формат 60x84/16. Папір офс.
Гарн. Таймс. Ум. друк. арк. 2.
Тираж 50 прим.

Відділ іміджу та промоцій Луцького
національного технічного університету
43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75
Друк – відділ іміджу та промоцій Луцького НТУ

